

DigiMath4Edu Band 3

**Einblicke in die unterrichtspraktische
Umsetzung an den Projektschulen**

In Kooperation mit:

Hanseschule Attendorn

Gymnasium Netphen

Städtisches Gymnasium Kreuztal

St.-Franziskus-Schule Olpe

St.-Ursula-Gymnasium Attendorn

DigiMath4Edu Band 3

Einblicke in die unterrichtspraktische
Umsetzung an den Projektschulen

Universität Siegen - Didaktik der Mathematik

In Kooperation mit:

Hanseschule Attendorn

Gymnasium Netphen

Städtisches Gymnasium Kreuztal

St.-Franziskus-Schule Olpe

St.-Ursula-Gymnasium Attendorn



DigiMath4Edu - Unterrichtsskizzen & Materialien

Die in diesem Band enthaltenen Unterrichtsskizzen sind im Rahmen des Südwestfalen Regionale 2025 Projekts DigiMath4Edu an den teilnehmenden Schulen des Jahres 2023/2024 entstanden.

Die hier abgedruckten Unterrichtsskizzen sind ein Produkt der engen Zusammenarbeit der teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer und der studentischen Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten. Sie orientieren sich am Kernlehrplan NRW. Die beratenden Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern der Didaktik der Mathematik der Universität Siegen unter der Leitung des Direktors Herrn Prof. Dr. Ingo Witzke forschen innerhalb des Projekts und veröffentlichen Ihre Ergebnisse in entsprechenden wissenschaftlichen Zusammenhängen. Die hier vorhandenen Unterrichtsskizzen sind eine Auswahl aus den innerhalb des Projekts entwickelten Unterrichtsentwürfen der Lehrerinnen und Lehrer der teilnehmenden Schulen und bilden Best-Practice-Beispiele ab, die zum Weiterentwickeln und Optimieren einladen sollen. Neben den knapp 100 Stunden pro Woche, die die Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten investieren, umfasst das Projekt einige weitere Strukturmerkmale, wie ein ausgiebiges Fortbildungsprogramm, Vernetzungstagungen mit Publikationen in Form von Sammelbänden und weitere Veranstaltungen wie zum Beispiel einen mathematikspezifischen Berufsorientierungstag. Zu jeder Unterrichtsskizze wird das erstellte Material oder die Anleitung zur Erstellung des Materials auch als Download bereitgestellt, sodass die Einheiten reproduzierbar und modifizierbar sind. Die Inhalte wurden von den Schulen bereitgestellt.

Wir bedanken uns bei allen Beteiligten recht herzlich für die Kooperation und die gemeinsame Arbeit im Projekt.



Südwestfalen
Regionale 2025

Digital, nachhaltig, authentisch - in ganz Südwestfalen werden Ideen gesucht, die diese „DNA“ in sich tragen. DigiMath4Edu ist als erstes Projekt vollständig ausgezeichnet worden und gestartet.

Ministerium für
Schule und Bildung
des Landes Nordrhein-Westfalen



Ministerium für
Kultur und Wissenschaft
des Landes Nordrhein-Westfalen



Bezirksregierung
Arnsberg



nt Naturwissenschaftlich-
Technische Fakultät

DigiMath 4 Edu

KEMPER
FORTSCHRITT MACHEN

GEDIA

EMG

Mubea
light.efficient.global.

MENNEKES
MY POWER CONNECTION

VETTER
Holding AG

IHK

SÜDWESTFALEN
**REGIONALE
2025**

KIRCHHOFF
AUTOMOTIVE

LEWA Attendorn
TECHNOLOGY IN MOTION

AGV

AGV
OLPE

DANGO & DIENENTHAL
BETTER VALUES.

GEORG

viega

SIEGENIA
brings spaces to life

Sparkasse
Attendorf Lennestadt Kirchhundem

Sparkasse
Olpe Drolshagen Wenden

Sparkasse
Siegen

HENSEL

mit uns technisch überlegen

» DigiMath4Edu zeigt, wie universitäre mathematikdidaktische Forschung und Schule vor Ort gemeinsam sinnstiftende Unterrichtspraxis mit digitalen Medien initiieren und nachhaltig implementieren können.

Herr LMR Torsten Menne, Ministerium für Kultur und Wissenschaft NRW

- 4-6 *DigiMath4Edu - Projektbeschreibung*
- 7-38 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFE I**
Hanseschule Attendorn
I. Größen und Einheiten mit Lego Spike Prime
II. 3D-Druck im Geometrieunterricht
III. Die Satzgruppe des Pythagoras bei Flugobjekten
IV. Zufallsexperimente und ihre Wahrscheinlichkeiten mit selbstgestellten Lernvideos sichern
V. Grundrechenarten mit Amazon Alexa
- 39-72 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFEN**
Gymnasium Netphen
I. Der Unterschied zwischen einem Punkt und einem Vektor - Erkundungen durch VR
II. Flächen und ihre Eigenschaften durch den 3D-Druck haptisch erfahrbar machen
III. Der Satz des Pythagoras in Körpern - Kantenmodelle aus dem 3D-Drucker
IV. Den Verlauf von Funktionen durch den 3D-Druck erfahrbar machen
V. Extremwertprobleme mit Objekten aus dem 3D-Drucker
- 73-102 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFEN**
Städtisches Gymnasium Kreuztal
I. Navigieren durch die Dimensionen – Analytische Geometrie mit Virtual Reality
II. Raumgeometrie interaktiv erleben – Mit VR und GeoGebra in die Analytische Geometrie eintauchen
III. Geometrische Erkundungen – Vom Klassenzimmer in die virtuelle Welt mit Tinkercad
IV. Wahrscheinlichkeit greifbar gemacht – Mathematik lernen mit 3D-Druck und digitalen Werkzeugen
V. Geometrie spielend erfahren – Entdecken, Zeichnen und Drucken mit Tinkercad
- 103-128 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFEN**
St.-Franziskus-Schule Olpe
I. Kreise, Prismen und Zylinder – Selbstständiges Arbeiten mit GeoGebra
II. Navigieren im Raum – Die faszinierende Welt der analytischen Geometrie mit VR erkunden („Math goes 3D“)
III. Stochastik in Aktion – Ein aktivierender Unterrichtsentwurf mit 3D-Druck-Objekten und Excel
IV. Prozentrechnung neu entdecken – Kreatives Lernen mit Scratch
V. Brücken bauen mit quadratische Funktionen - Von der mathematischen Theorie zur Anwendung mit CAD
- 129-154 **UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFEN**
St.-Ursula-Gymnasium Attendorn
I. Erklärvideos für die Satzgruppe des Pythagoras
II. 3D-Druck-Material in der Geometrie - Flächen und Körper
III. Einstieg in die gymnasiale Oberstufe mit Exit-Games gestalten
IV. Punkte und Vektoren im Raum - 3D-Druck und VR-Brillen unterstützen die Vorstellung
V. Differenzialrechnung – Von der mittleren Änderungsrate zur Ableitung mit CAS-Systemen
- 155-157 **DIGITALE MEDIEN IN DIGIMATH4EDU**
- 158-159 *Gesamtübersicht*
- 160 *Mitwirkende*

DigiMath4Edu

Das Forschungs- und Entwicklungsprojekt DigiMath4Edu – Professionalisierung von Lehrkräften im Umgang mit digitalen Medien

Das vorliegende dritte Buch enthält erneut eine Sammlung von Unterrichtsentwürfen, die im Rahmen des Projekts DigiMath4Edu durch die Projektschulen entstanden sind. DigiMath4Edu ist eine Zusammenarbeit zwischen der Didaktik der Mathematik der Universität Siegen und verschiedenen Schulen, mit dem Ziel digitale Medien nachhaltig im Mathematikunterricht zu implementieren. Dieses Projekt ist Teil der Südwestfalen Regionale 2025 und wurde durch die Unterstützung einer Vielzahl von Partnern ermöglicht.

Die in diesem Band enthaltenen Unterrichtsskizzen sind ein Produkt der engen Zusammenarbeit der teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer und der Unterrichtsassistentinnen und -assistenten. Sie orientieren sich am Kernlehrplan NRW und eigenverantwortlich von den Lehrkräften erstellt wurden. Sie wurden dabei von den beratenden Unterrichtsassistentinnen und -assistenten begleitet. Diese Unterrichtsskizzen stellen eine Auswahl der im Projekt entwickelten Unterrichtsentwürfe dar und bieten praktische Perspektiven und Diskussionsanlässe für den Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht.

Ein zentrales Forschungsergebnis des Projekts ist, dass vor allem die direkte und vor Ort stattfindende Kooperationsarbeit zwischen studentischen Unterrichtsassistierenden und Schulen produktive Entwicklungsprozesse fördert. Diese Prozesse ermöglichen den effektiven und nachhaltigen Einsatz digitaler Medien im Mathematikunterricht. Dabei spielt das gemeinsame „Training-on-the-Job“ eine entscheidende Rolle. Die klare Rollenverteilung zwischen den Lehramtsstudierenden, die Expertise im konkreten Einsatz digitaler Tools einbringen, und den Lehrerinnen und Lehrern, die weiterhin für ihren Unterricht verantwortlich bleiben, hat sich als besonders erfolgreich erwiesen.

Die im Buch enthaltenen Unterrichtsentwürfe wurden von Lehrerinnen und Lehrern der teilnehmenden Schulen ausgearbeitet. Diese Entwürfe sollen nicht als starre fertige Modelle verstanden werden, sondern als Anregung dienen, eigene kreative Ansätze zur Integration digitaler Medien in den Mathematikunterricht zu entwickeln und auszuprobieren. Die vielfältigen Möglichkeiten, die sich durch den Einsatz digitaler Werkzeuge wie Virtual Reality oder 3D-Druck ergeben, werden in den einzelnen Entwürfen anschaulich dargestellt und seien an ausgewählten Beispielen hier kurz angerissen:

1. Größen und Einheiten mit Lego Spike Prime:

Schülerinnen und Schüler der Hanseschule Attendorn erkunden Längen mithilfe des Lego-Roboters Spike Prime. Sie schätzen und messen Strecken, die der Roboter zurücklegt, und nutzen verschiedene Messwerkzeuge zur Überprüfung ihrer Schätzungen. Diese Einheit fördert das Verständnis für Maßeinheiten und die Genauigkeit beim Schätzen und Messen von Längen. Der Einsatz von Lego Spike Prime ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, spielerisch und interaktiv mathematische Konzepte zu erfassen und praktisch anzuwenden.

2. 3D-Druck im Geometrieunterricht:

Am Gymnasium Netphen wird die 3D-Druck-Technologie genutzt, um geometrische Körper haptisch erfahrbar zu machen. Schülerinnen und Schüler erstellen Modelle von Quadern und Würfeln mit Tinkercad und drucken diese anschließend aus. Dies hilft ihnen, die Eigenschaften und das Volumen der Körper besser zu verstehen und visualisiert mathematische Konzepte auf eine greifbare Weise. Durch die Verwendung von 3D-Druck können abstrakte geometrische Formen in physische Objekte umgewandelt werden, die die Schülerinnen und Schüler anfassen und manipulieren können, was das Verständnis und die Lernmotivation erheblich steigert.



Bild: Schülerinnen und Schüler während einer Unterrichtsstunde an einer Projektschule

3. Virtual Reality zur Visualisierung von Vektoren:

Das Städtische Gymnasium Kreuztal setzt VR-Brillen ein, um den Unterschied zwischen Punkten und Vektoren im dreidimensionalen Raum zu veranschaulichen. Mit der Anwendung edVR können die Schülerinnen und Schüler Vektoren und Punkte im Raum darstellen und deren Lage und Eigenschaften untersuchen. Dies unterstützt das räumliche Vorstellungsvermögen und erleichtert das Verständnis komplexer geometrischer Zusammenhänge. Die immersive Erfahrung mit VR-Technologie ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, mathematische Konzepte auf eine Weise zu erleben, die mit traditionellen Lehrmethoden nicht möglich ist.

4. Stochastik mit 3D-Druck-Objekten und Excel:

An der St.-Franziskus-Schule Olpe werden Konzepte der Stochastik durch den Einsatz von 3D-Druck-Objekten und Excel verdeutlicht. Schülerinnen und Schüler erstellen und analysieren Zufallsexperimente und visualisieren die Wahrscheinlichkeiten durch selbst erstellte Lernvideos. Dies fördert das Verständnis für statistische Methoden und deren Anwendung in realen Szenarien. Die Kombination von praktischen Aktivitäten mit digitalen Werkzeugen wie Excel ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, Daten zu analysieren und komplexe mathematische Konzepte verständlich darzustellen.

5. Grundrechenarten mit Amazon Alexa:

Das St.-Ursula-Gymnasium Attendorn nutzt die Sprach-KI Amazon Alexa, um Schülerinnen und Schüler bei der Festigung der Grundrechenarten zu unterstützen. Durch interaktive Aufgaben und sprachgesteuerte Rechenspiele werden die Schülerinnen und Schüler motiviert, mathematische Probleme zu lösen und ihre Rechenfähigkeiten zu verbessern. Die Integration von Sprachassistenten in den Unterricht bietet eine innovative Methode, um den Lernprozess zu personalisieren, die Kommunikationskompetenz zu stärken und den Schülerinnen und Schülern unmittelbares Feedback zu geben.

Danksagung

Ein besonderer Dank gilt den Unterstützern und Mitarbeiter:innen des Projekts, die diese umfangreiche Kooperation ermöglicht haben. Insbesondere die Beiträge von Unternehmen, Sparkassen, Arbeitgeberverbänden und der IHK haben nicht nur finanziell, sondern auch durch Workshops und praktischen Input einen wertvollen Bezug zur realen Anwendung digitaler Medien in der modernen Industrie geschaffen. Diese Kooperationen haben den Schülerinnen und Schülern praxisnahe Einblicke in die Nutzung digitaler Technologien gegeben und eine Brücke zwischen Schule und späterer beruflicher Praxis geschlagen. Beispielsweise konnten die Schülerinnen und Schüler erleben, wie 3D-Druck für Rapid Prototyping in der Wirtschaft genutzt wird, indem sie zunächst 3D-gedruckte Würfel zur Lernunterstützung verwendeten und anschließend die industrielle Anwendung dieser Technologie kennenlernten.

Die Unterstützung durch das Ministerium für Schule und Bildung des Landes NRW und die Bezirksregierung Arnsberg war ebenfalls von großem Wert. Ihre organisatorische und inhaltliche Unterstützung sowie die Bereitstellung eines experimentellen Rahmens haben maßgeblich zum Erfolg des Projekts beigetragen. Das Ministerium für Kultur und Wissenschaft NRW hat durch die Ermöglichung substanzieller Begleitforschung das Transferpotenzial in die Lehrerbildung, durch Identifikation von Gelingensbedingungen in einem Feldversuch, erheblich gesteigert.

Fazit und Ausblick

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass DigiMath4Edu ein erfolgreiches Beispiel für die Integration digitaler Medien in den Mathematikunterricht darstellt. Durch die enge Zusammenarbeit von Universität und Schulen, die Unterstützung durch die Ministerien und die Einbindung von Unternehmen konnte ein innovatives und nachhaltiges Konzept entwickelt werden, das den modernen Anforderungen an die Bildung gerecht wird. Die hier vorgestellten Unterrichtsentwürfe bieten vielfältige Anregungen und zeigen, wie digitale Werkzeuge den Unterricht bereichern und das Lernen der Schülerinnen und Schüler verbessern können.

Die Ergebnisse des Projekts DigiMath4Edu haben gezeigt, dass digitale Medien nicht nur das Interesse und die Motivation der Schülerinnen und Schüler erhöhen, sondern auch deren Lernprozesse vertiefen und nachhaltiger gestalten. Die Praxisbeispiele in diesem Buch verdeutlichen, dass der Einsatz digitaler Technologien wie VR, 3D-Druck und Sprach-KIs zu einer deutlichen Veränderung des Mathematikunterrichts beitragen kann.

Für die Zukunft ist es wichtig, die im Projekt gewonnenen Erkenntnisse und Erfahrungen weiter zu verbreiten und in der Lehrerbildung fest zu verankern. Lehrerinnen und Lehrer sollten kontinuierlich „on-the-Job“ weitergebildet werden, um die neuesten digitalen Werkzeuge und Methoden in ihrem Unterricht einsetzen zu können. Strukturelle Möglichkeiten für solche Entwicklungspartnerschaften von Universitäten und Schulen liefern Praxisphasenformate wie das „Praxissemester“ in den Lehramtsstudiengängen. Zudem sollte die Zusammenarbeit zwischen Schulen, Universitäten und der Industrie weiter intensiviert werden, um den Austausch von Wissen und Ressourcen zu fördern und innovative Bildungsprojekte zu unterstützen.

Abschließend möchten wir alle Leserinnen und Leser ermutigen, die vorgestellten Unterrichtsentwürfe als Inspiration zu nutzen und die Integration digitaler Medien in ihren eigenen Unterricht voranzutreiben. Nur durch kontinuierliche Innovation und Anpassung an die sich wandelnden Anforderungen der digitalen Welt können wir sicherstellen, dass unsere Schülerinnen und Schüler bestmöglich auf die Herausforderungen der Zukunft vorbereitet sind.



Unterrichtsskizzen für die Sekundarstufe I

Hanseschule Attendorn

Schwerpunktthema: Der Übergangsproblematik von Grundschüler:innen mit dem 3D-Druck begegnen

Die Kooperation mit dem Team der Uni Siegen war und ist für uns als Sekundarschule der Hansestadt Attendorn eine mehrdimensionale Bereicherung.

Denn, im Rahmen der Kooperation des Projektes DigiMath4Edu und weiterer Projekte, haben sowohl unsere Schülerinnen und Schüler als auch Kolleginnen und Kollegen einen großen Mehrwert im Hinblick auf die Umsetzung digitalen Unterrichts, besonders im Fachbereich Mathematik, erfahren.

Die Universität stellt(e) uns als Schule 3D-Drucker, Drohnen und VR-Brillen zur Verfügung, half uns bei der Planung, Koordination und Umsetzung individueller Unterrichtsvorhaben, welche insbesondere (u.a.) unsere Mathematik-/Informatiklehrkräfte, Hr. El Saadi und Fr. Stimpl, mit viel Einsatz und Engagement durchführten. Dank der digitalen Medien erhielten die Schüler und Schülerinnen dieser Mathematik -und Informatikkurse einen Einblick in die Berechnung, programmierte Erstellung und den Ausdruck eigener 3D Produkte. So entstanden Namensschilder, Karteikästen, Hanseschulmarken und Räder zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit (u.a.). Frau Stimpl führte die Schüler und Schülerinnen in den Umgang mit modernen Drohnen ein. Es wurden moderne Messungen durchgeführt und Aufnahmen getätigt. Darüber hinaus stellten die Uni - Assistentinnen Frau Germer und Frau Kelm über mehr als ein Jahr lang eine gewinnbringende Unterstützung für alle Kolleginnen und Kollegen dar. Die beiden boten wöchentlich Mini-Workshops zum Umgang mit den neuen technischen Geräten, aber auch zu individuellen neuen digitalen Apps und Gadgets an. Außerdem standen sie den Schülern und Schülerinnen sowie Kolleginnen und Kollegen immer beratend zur Seite.

Abschließend möchten wir uns als Schulleitung und als Schulgemeinde bei allen involvierten, initiierten und unterstützenden Personen und Institutionen für diese Art der modernen Unterrichtsentwicklung bedanken. Nur durch die enge Zusammenarbeit von Universitäten als Schöpfer neuer Wissenschaft, Studien und Möglichkeiten und Schulen mit ihren Kindern und Jugendlichen als „DenkerInnen“ einer digital geprägten Lern -\ Lebenswelt, können wir gemeinsam erfolgreich sein und aus Neuen Erkenntnissen lernen.

Mit freundlichem Gruß

Das Schulleitungsteam der Hanseschule Attendorn

Das Digitallabor

Das Digitallabor der Hanseschule Attendorn befindet sich in der zweiten Etage des Hauptgebäudes. Im Verlauf des Projektjahres waren die Unterrichtsassistentinnen bis zu vier Tage pro Woche im Raum präsent. Sie führten nicht nur individuelle Beratungen zum Einsatz digitaler Medien im Unterricht durch, sondern leiteten auch verschiedene Workshops zu den im Rahmen des Projekts DigiMath4Edu erworbenen digitalen Medien. Der Raum, in dem das Digitallabor vorzufinden ist, weist die Größe eines kleineren Klassenraums auf, sodass neben den digitalen Medien auch Arbeitsplätze für bis zu 20 Schüler:innen geboten werden können. Zu den digitalen Medien, die durch das Projekt für die Hanseschule Attendorn angeschafft wurden, zählen:

5x Prusa 3D-Drucker

5x Amazon Alexa inkl. Ladestation

1x Green-Screen Set

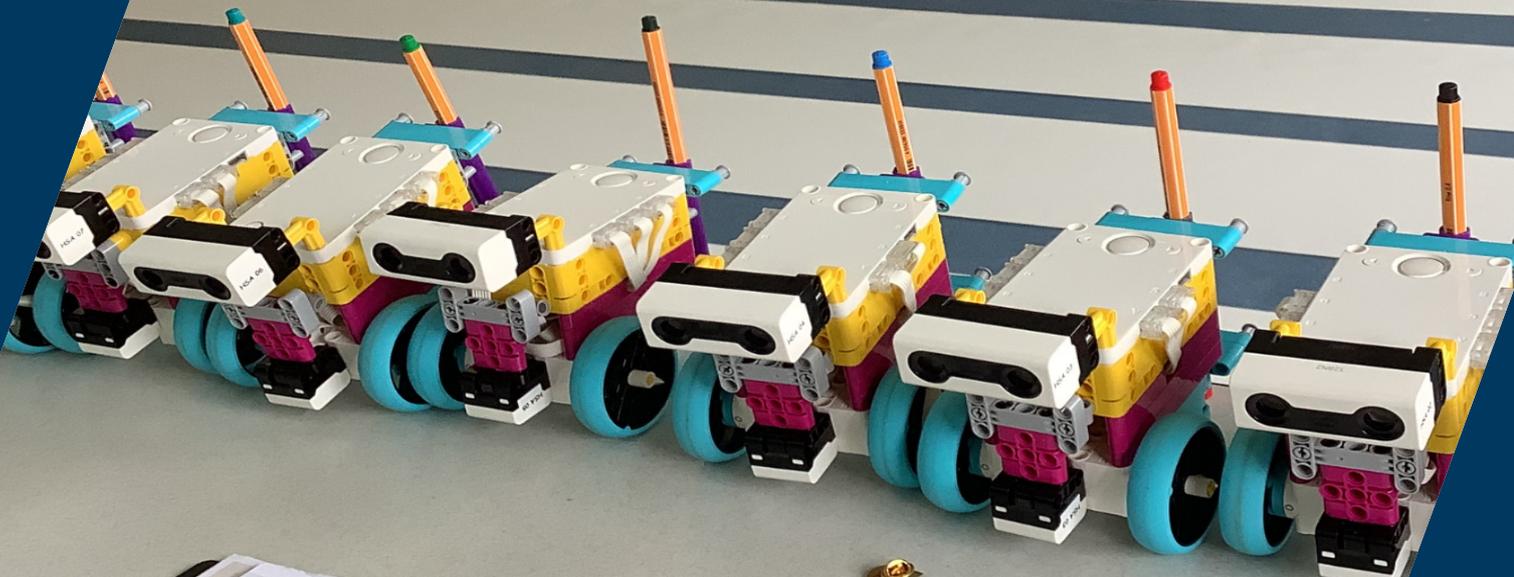
1x DJI Osmo Pocket 3

3x Dokumenten Kamera

4x VR-Brillen

1x All-in-One Computer

Insbesondere die 3D-Drucker haben ein lebhaftes Interesse unter den Lehrkräften hervorgerufen, wodurch diese bereits mehrfach erfolgreich in den Unterrichtsverlauf integriert werden konnten. Darüber hinaus fanden auch die Amazon Alexa Sprachassistenten ihren Einsatz im Unterricht. Dabei hat eine Lehrkraft einen individuellen Alexa-Skill entwickelt.



Größen und Einheiten mit Lego Spike Prime

Umgang mit Längen: Längen mithilfe analoger und digitaler Medien, wie dem Lego Roboter Spike Prime schätzen, messen und berechnen.

Zur Konzeption

Der vorliegende Unterrichtsentwurf unterstreicht den Einsatz digitaler Technologien zur Erkundung und Vertiefung mathematischer Konzepte. Durch die Integration von Lego Robotern in den Mathematikunterricht der 5. Klasse an der Hanseschule Attendorn werden Schüler:innen auf eine innovative und interaktive Reise durch das Thema Längenmessung und Maßeinheitenkonvertierung geführt. Der Entwurf beschreibt eine Unterrichtseinheit, in der die Schüler:innen zuerst ihr Vorwissen über Längenmaße auffrischen und anschließend dieses Wissen praktisch anwenden, indem sie Längen mit dem Roboter schätzen und messen. Der innovative didaktische Ansatz nutzt den mit einem Stifthalter ausgestatteten Lego Roboter, um Längen auf einer vier Meter langen Papierbahn zu zeichnen. Dieser Prozess ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, ihre Schätzungen unmittelbar zu überprüfen und zu korrigieren, was ein vertieftes Verständnis von Längen und Maßeinheiten fördert. Lehrkräfte erhalten in diesem Entwurf nicht nur eine detaillierte Anleitung zur Durchführung der Unterrichtsstunde, sondern auch methodische Ratschläge zur optimalen Nutzung des Roboters im Klassenzimmer. Ein besonderer Schwerpunkt liegt auf der individuellen Förderung der Schüler durch differenzierte Aufgabenstellungen, die auf unterschiedliche Leistungsniveaus abgestimmt sind. Der Einsatz des Roboters dient als motivierender Faktor, der die Schüler anregt, mathematische Konzepte durch eigenes Handeln zu erkunden und zu verstehen.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Darüber hinaus zeigt der Entwurf exemplarisch auf, wie durch die Integration digitaler Technologien im Mathematikunterricht die prozessbezogenen Kompetenzen wie Modellieren, Argumentieren und Kommunizieren sowie Problemlösen gefördert werden können. Die Schüler:innen lernen, mathematische Modelle zu erstellen und zu verfeinern, logische Argumentationen zu entwickeln und ihre Gedanken klar und präzise zu kommunizieren. Durch die konkrete Anwendung des Roboters entwickeln sie Strategien zur Problemlösung und reflektieren aktiv ihre Lernprozesse, wodurch der Unterricht an Relevanz und Tiefe gewinnt. Der Entwurf betont die Wichtigkeit der Vermittlung von Mathematik durch technologiegestützte Lehrmethoden und regt Lehrkräfte dazu an, Technologie als eine Bereicherung des Lernprozesses zu betrachten, die nicht nur das mathematische Verständnis verbessert, sondern auch die kritische Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten fördert.

Größen und Einheiten mit Lego Spike Prime

Umgang mit Längen: Längen mithilfe analoger und digitaler Medien, wie dem Lego Roboter Spike Prime schätzen, messen und berechnen. (Jahrgangsstufe 5)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler entdecken Längen mit Hilfe von Legorobotern, schätzen die abgefahrte Strecke und messen diese mit Messwerkzeugen nach.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler erzeugen Strecken verschiedener Längen, indem sie diese im Code des Legoroboters eintragen und dieser diese Strecken fährt.

Die Schülerinnen und Schüler ermitteln die zurückgelegte Strecke eines Objektes, indem sie diese schätzen und anschließend nachmessen.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen verschiedene Messwerkzeuge zum Messen, indem sie die vom Roboter gezeichneten Linien abmessen.

Die Schülerinnen und Schüler schulen ihre Kommunikationskompetenz innerhalb der Fachsprache, indem sie ihre Ergebnisse in der Lerngruppe präsentieren und beschreiben ihr vorgehen.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler formulieren Strategien zum Schätzen von Strecken, um sie später im Alltag anzuwenden.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Grundverständnis und Maßeinheiten (Wiederholung)
2	Längeneinheiten umwandeln (mm, cm, dm, m, km)
3	Wohin mit dem Komma? Kommaschreibweise bei Längen
4-5	Kennenlernen des Lego Roboters
6	Wir schätzen und messen Längen mithilfe des Roboters
7	Mein Roboter hilft mir beim Addieren
8	Mein Roboter hilft mir beim Subtrahieren
9-12	Mein Klassenraum in Miniatur

Umgang mit Längen: Längen mithilfe analoger und digitaler Medien, wie dem Lego Roboter Spike Prime schätzen, messen und berechnen.

Jahrgangsstufe 5

Benötigte Materialien:

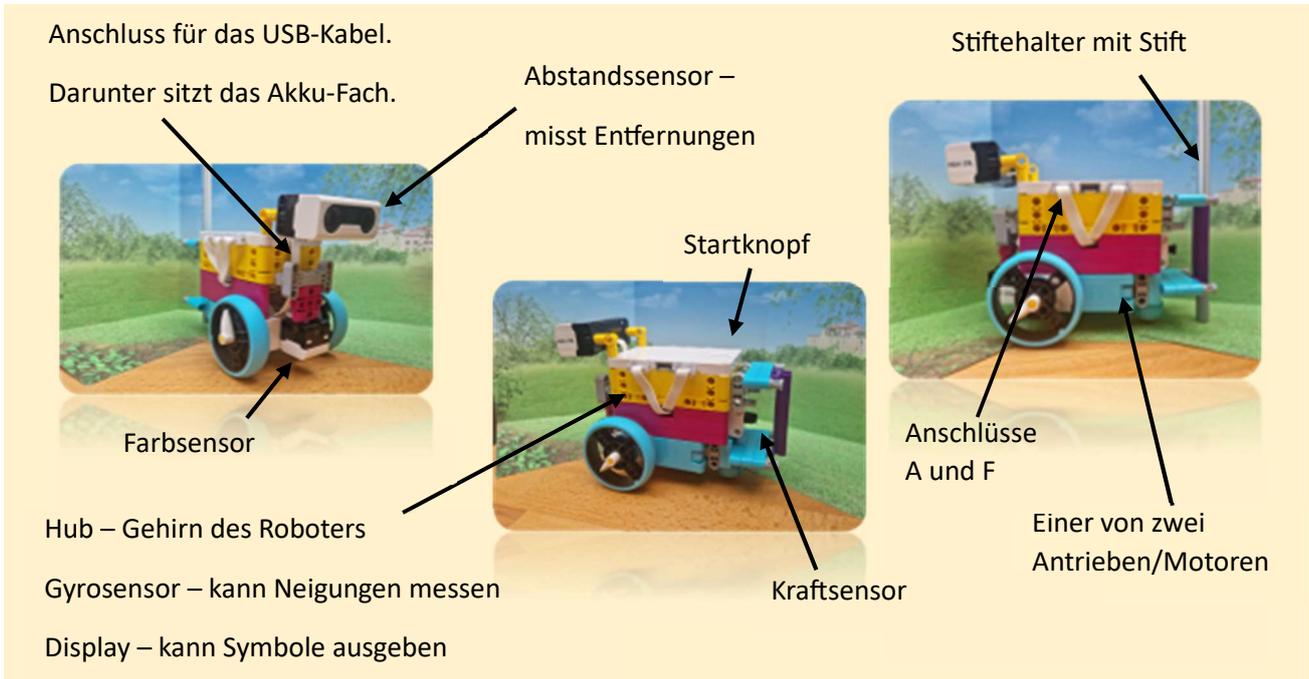
- Lego Spike Prime
- Lego Legacy App
- iPads/Laptop

Unterrichtsverlaufsplan 60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	<p>Die Lehrkraft erklärt kurz den Aufbau der folgenden Stunde und präsentiert das Thema "Längen schätzen".</p> <p>Die SuS werden in die Nutzung für die Legoroboter und den Laptop instruiert und erhalten dazu einen vorgefertigten Code.</p>	<p>Die Arbeitsschritte werden über PowerPoint den Schüler:innen zur Verfügung gestellt.</p> <p>Es empfiehlt sich, die 4m-Papierbahn bereits im Vorfeld auf den Boden zu kleben.</p>	<p>Plenum</p> <p>Legoroboter</p> <p>Stifthalter</p> <p>Laptop</p> <p>Lego Legacy App</p> <p>AB</p>
40 Min	Erarbeitung	<p>Die SuS werden in 2er Teams eingeteilt.</p> <p>Gegenseitig werden sich mit Hilfe des Legoroboter und der App Strecken auf einer 4m langen Papierbahn erzeugt, welche zunächst geschätzt werden und anschließend mit verschiedenen Messwerkzeugen gemessen werden. Diese Werte werden in eine Tabelle auf dem Arbeitsblatt eingetragen.</p>	<p>Empfehlenswert ist den Gruppen eine Papierbahn zuzuordnen, damit sich die Gruppen nicht überschneiden.</p> <p>Eine intensive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand wird gewährleistet.</p>	<p>Partnerarbeit</p> <p>Legoroboter</p> <p>Stifthalter</p> <p>Laptop</p> <p>Lego Legacy App</p> <p>4 m Papier</p> <p>AB 1</p>
9 Min	Sicherung	<p>Die SuS tauschen sich während der Erarbeitung aus und notieren ihre Ergebnisse in einer dafür vorgesehenen Tabelle.</p> <p>In einer Austauschrunde wird über die Erarbeitungsphase gesprochen. Hierbei werden von der Lehrkraft folgende Leitfragen gestellt:</p> <p>Gab es Schwierigkeiten oder Probleme?</p> <p>Möchte jemand vorstellen?</p> <p>Gibt es noch Fragen?</p> <p>Was haben wir heute gelernt?</p>	<p>Die Leitfragen werden den SuS über PowerPoint zur Verfügung gestellt.</p> <p>Die SuS nutzen dazu die Methode Meldekette, um eine gruppenübergreifende Kommunikation über mathematische Inhalte zu gestalten.</p>	<p>Plenum</p>
1 Min	Reflexion der Stunde	<p>Zum Abschluss füllen die SuS eine Oncoo-Umfrage aus.</p>	<p>Über die Oncoo-Umfrage sollen die Schüler:innen ihr eigenes Lernen reflektieren.</p>	<p>Einzel/- bzw. Partnerarbeit</p>

Einführung – Der Roboter von Lego Spike

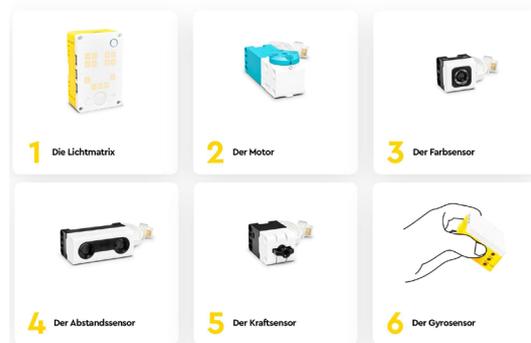
Der Lego Spike Roboter



Aufgabe 1:

1. Starte die App Spike Legacy auf deinem Laptop.
2. Wähle den Punkt  aus.
3. Wähle den Punkt  .
4. Absolvire anschließend alle Tutorial-Übungen.
5. Folge dazu den Anweisungen. Beachte:

Tutorial-Übungen



- Du musst den Spike für die Übungen nicht auseinanderbauen!
- Hebe den Spike hoch, wenn die Motoren sich bewegen sollen.

Platz für Notizen und Fragen:

Längen schätzen mit dem Roboter von Lego Spike

Aufgabe 1: Geradeausfahrt

1. Starte die App „Spike Legacy“ auf deinem Laptop.
2. Wähle den Punkt  aus.
3. Starte „Neues Projekt“ mit Textblöcken.
4. Erstelle das Programm „Geradeausfahrt“ wie rechts beschrieben.



Aufgabe 2:

Arbeitet zu zweit. Einer von euch sitzt an dem Laptop und gibt einen beliebigen Wert zwischen 10cm und 400cm in das Programm „Geradeausfahrt“ ein.

Der andere darf **nicht auf den Laptop schauen**, stellt den Roboter mit dem Stift auf das Papier und **schätzt die Länge**, die der Roboter gefahren ist. Schreibt diesen Wert in die Tabelle und **misst mit einem Lineal die Länge nach**, die der Stift gezeichnet hat.

Wiederholt diesen Vorgang 4-mal und tauscht dann die Rollen, sodass jeder von euch 5 Werte in den Laptop eingeben kann und 5-mal schätzen soll.

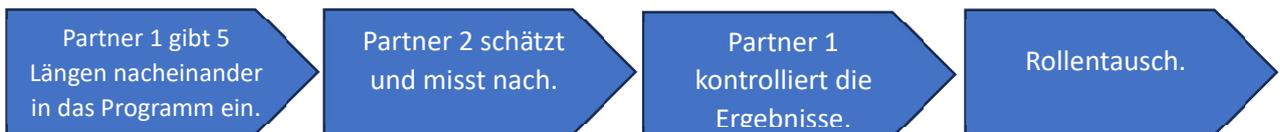
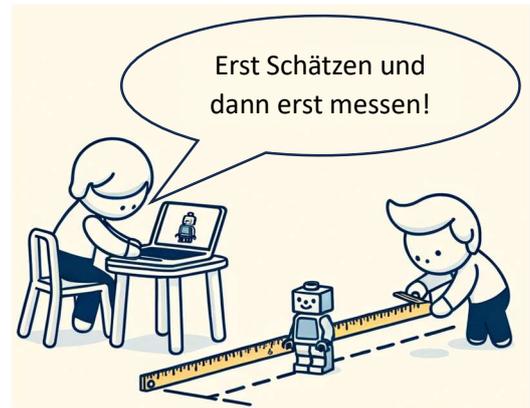


Tabelle Partnerin/Partner 1:

	Längen geschätzt	Längen gemessen
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		

Tabelle Partnerin/Partner 2:

	Längen geschätzt	Längen gemessen
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		

Längen schätzen mit dem Roboter von Lego Spike

Aufgabe 3:

Arbeitet zu zweit. Neben den cm Angaben in eurem Programm lassen sich auch Sekunden, Zoll und Umdrehungen einstellen.

Stellt jeweils 5 verschiedene Werte (Sekunden, Zoll und Umdrehungen) ein. Lasst den Roboter fahren. Schätzt dann zunächst, wie lang die Strecke ist.

Erst wenn ihr das aufgeschrieben habt, messt ihr die Strecke nach.

Wert in Sekunden	Längen geschätzt	Längen gemessen

Wert in Zoll	Längen geschätzt	Längen gemessen

Wert in Umdrehungen	Längen geschätzt	Längen gemessen

Längen schätzen mit dem Roboter von Lego Spike

Aufgabe 4:

Arbeitet zu zweit. Neben den cm Angaben in eurem Programm lassen sich auch Sekunden, Zoll und Umdrehungen einstellen.

Welchen Wert (Zoll, Sekunden, Umdrehungen) muss man einstellen, um in etwa

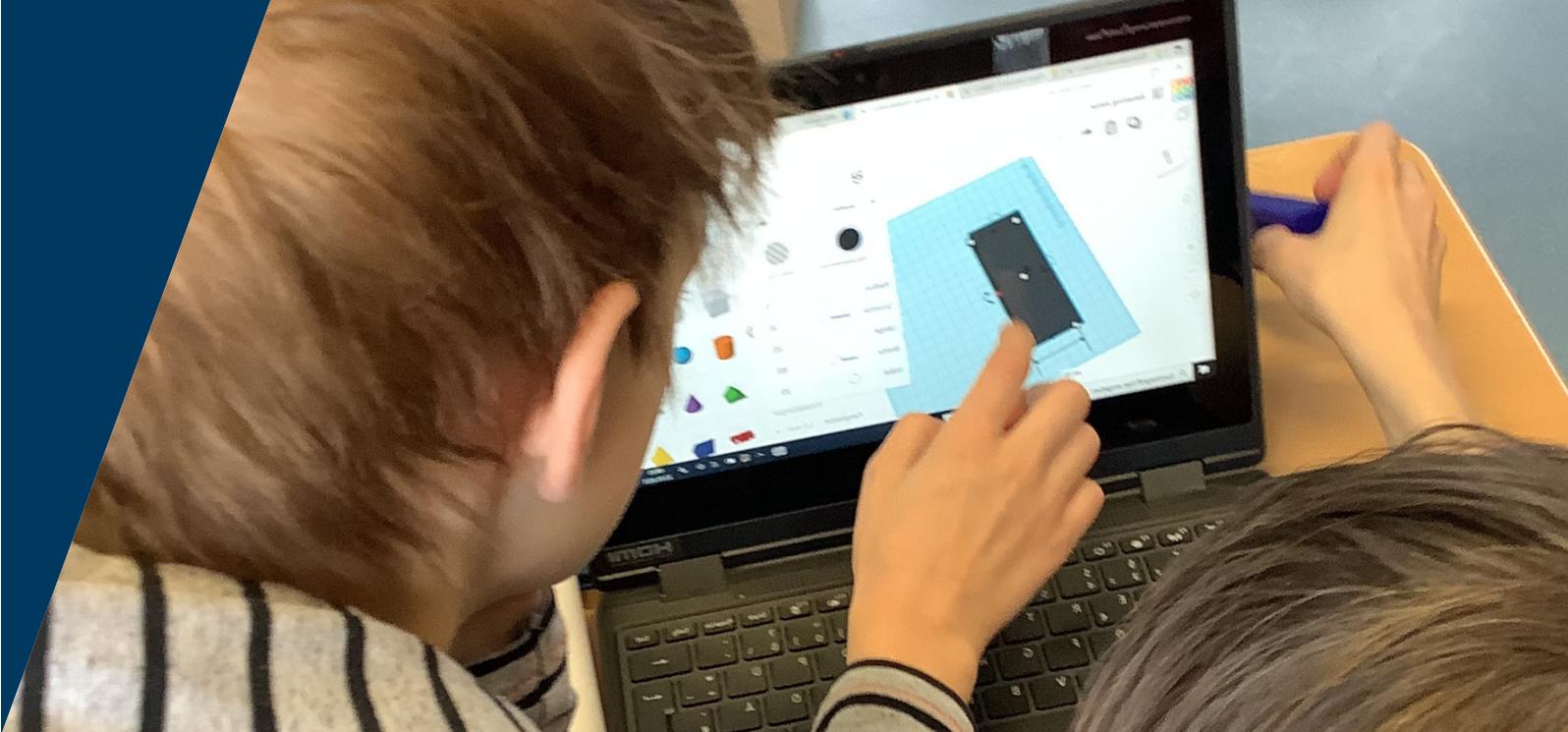
- a) 50cm b) 1m c) 1,5m

zu erreichen. Probiert verschiedene Werte aus! Erst wenn ihr das aufgeschrieben habt, messt ihr die Strecke nach.

Wert in Sekunden	Längen geschätzt	Längen gemessen

Wert in Zoll	Längen geschätzt	Längen gemessen

Wert in Umdrehungen	Längen geschätzt	Längen gemessen



3D-Druck im Geometrieunterricht

Ein Stationen-Lernen zu Körper-Oberflächen und -Volumen mit 3D-Druckmaterial

Zur Konzeption

Die Unterrichtsskizze behandelt das Thema Oberfläche und Volumen von Quader und Würfel. Die hiermit verbundenen Begriffe wurden bereits in den vorherigen Unterrichtsstunden der Reihe eingeführt. In der vorgestellten Unterrichtsstunde stehen das Anwenden und Üben im Vordergrund. Dies wird durch ein Stationenlernen strukturiert, welches für bis zu sechs Unterrichtsstunden konzipiert wurde. In insgesamt 13 unterschiedlichen Stationen können die Schüler:innen ihr Wissen festigen und neue Zusammenhänge entdecken. Das Stationenlernen hat den didaktischen Vorteil, dass alle Schüler:innen in ihrem eigenen Tempo arbeiten können und verschiedene Herangehensweisen an das Thema kennenlernen. Einige Stationen ermöglichen außerdem das Arbeiten mit haptischen Materialien, welche zuvor durch die Lehrkraft mit einem 3D-Drucker erstellt wurden.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die vorliegende Stationenarbeit kann problemlos durch weitere Stationen ergänzt werden, oder es können einzelne Stationen aus dem Plan entfernt werden. Außerdem kann die Stationenarbeit je nach verfügbarer Zeit und Arbeitsgeschwindigkeit der Schüler:innen gestreckt oder gestaucht werden.

3D-Druck im Geometrieunterricht

Ein Stationen-Lernen zu Körper-Oberflächen und -Volumen mit 3D-Druckmaterial (Jahrgangsstufe 6)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler festigen ihr Wissen in verschiedenen Stationen zu Quadern und Würfeln und können diese von weiteren Körpern unterscheiden.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler können verschiedene geometrischen Körper (Würfel, Quader, Prisma, Pyramide, Kegel, Zylinder und Kugel) voneinander abgrenzen und diese korrekt benennen, indem sie Körpern ihre Eigenschaften zuordnen.

Die Schülerinnen und Schüler erkennen verschiedene Würfel- und Quadernetze, indem sie eigene zeichnen und austesten.

Die Schülerinnen und Schüler schulen ihre Werkzeugfertigkeiten, indem sie Schrägbilder von Quadern und Würfel zeichnen (zeichnen 3-dimensionale Körper).

Die Schülerinnen und Schüler bestimmen die Oberfläche von Quadern oder Würfeln, indem sie mit dem Programm Tinkercad einen eigenen Quader/Würfel entwickeln und diesen anschließend ausdrucken.

Die Schülerinnen und Schüler ermitteln das Volumen von Quadern und Würfeln, indem Sie das Programm Tinkercad nutzen.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Freiwillige Weiterarbeit in EVA-Stunden

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Wiederholung - Rechtecke und Quadrate (mithilfe von 3D-Druckmaterial)
2	Körper und ihre Eigenschaften
3-4	Tinkercad Körper und ihre Eigenschaften
5	Quader- und Würfelnetze
6-7	Oberfläche von Quader & Würfel
8-9	Volumen von Quader & Würfel (mithilfe von 3D-Druckmaterial)
10	Stationen-Lernen - Einführung
11-15	Stationen – Lernen (mithilfe von 3D-Druckmaterial)

Ein Stationen-Lernen zu Körper-Oberflächen und -Volumen mit 3D-Druckmaterial

Jahrgangsstufe 6

Benötigte Materialien:

- MS-Office
- Laptopkoffer
- 3D-Druckmaterial

Unterrichtsverlaufsplan 60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Begrüßung Ziele setzen	Die Lehrkraft begrüßt die SuS und setzt gemeinsam mit Ihnen die individuellen Lernziele für die Stunde.	Die SuS sollen eigenständig Ziele setzen.	Plenum PowerPoint
20 Min	Arbeitsphase 1	Die SuS arbeiten eigenständig in einer von 13 Stationen. Die Lehrkraft steht beratend (bei Fragen) zur Verfügung.	Die SuS können in ihrem eigenen Tempo die Stationen bearbeiten und lernen gleichzeitig sich selbst zu organisieren.	Einzelarbeit PowerPoint-Präsentation (Beamer) Laptopkoffer Portfolio-Mappe Einheitswürfel Verschiedene Quadrate/ Rechtecke Münzen mit Schatztruhe
5 Min	Konzentrationsspiele	Die Lehrkraft wählt ein Konzentrationsspiel aus und erklärt die Regeln.	Damit die Konzentration bei der Bearbeitung aufrechterhalten wird, wird ein beliebiges Konzentrationsspiel eingefügt.	Plenum Stoppuhr (ggf. Smartphone)
20 Min	Arbeitsphase 2	Die SuS arbeiten eigenständig an ihren Stationen weiter.	Die SuS dürfen sich untereinander helfen. Die Lehrkraft steht weiterhin beratend bei Fragen zur Seite.	Einzelarbeit PowerPoint-Präsentation (Beamer) Laptopkoffer Portfolio-Mappe Einheitswürfel Verschiedene Quadrate/ Rechtecke Münzen mit Schatztruhe

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Reflexion & Logbuch	Die SuS reflektieren gemeinsam mit der Lehrkraft die gelernten Inhalte der Stunde und geben eine Rückmeldung darüber, womit sie sich in der nächsten Stunde befassen möchten.	Die SuS sollen durch das Formulieren des eigenen Lernfortschritts darauf aufmerksam gemacht werden, was sie innerhalb der Unterrichtsstunde gelernt und verinnerlicht haben. Diese Reflexion findet ausschließlich in positiver Form statt, damit die SuS weiter motiviert werden.	Plenum PowerPoint-Präsentation Logbuch
5 Min	Puffer	Abgabe der Materialien, Einsammeln der Mappen	Damit die SuS in der nächsten Unterrichtsstunde alle Materialien für die Stationsarbeit dabei haben, werden zum Anfang der Stunde die Mappen ausgeteilt und zum Ende eingesammelt.	

Laufzettel Stationenarbeit

Name: _____

Datum: _____

Nr.	Pflichtaufgabe/ Zusatzaufgabe	Stationen	Begonnen am...	Beendet am ...	Wie fandest du die Station?
00	Zusatzaufgabe	Deckblatt gestalten			
01	Zusatzaufgabe	Rechtecke und Quadrate			
02	Pflichtaufgabe	Fachbegriffe und Eigenschaften von Körpern			
03	Pflichtaufgabe	Würfelnetze: Entdecken und verstehen			
04	Pflichtaufgabe	Quadernetze: Entdecken und verstehen			
05	Pflichtaufgabe	Quader- und Würfelnetze: Üben und anwenden			
06	Zusatzaufgabe	Schrägbilder zeichnen			
07	Pflichtaufgabe	Oberfläche von Quadern & Würfeln: Entdecken & verstehen			
08	Pflichtaufgabe	Oberfläche von Quadern und Würfeln: Üben und anwenden			
09	Zusatzaufgabe	Volumen und Einheitswürfel			
10	Pflichtaufgabe	Volumen von Quadern & Würfeln: Entdecken und verstehen			
11	Pflichtaufgabe	Volumen von Quadern und Würfeln: Üben und anwenden			
12	Pflichtaufgabe	Quader und Würfel mit TinkerCad			
13	Pflichtaufgabe	Schatztruhe			

Name:	
Klasse:	Datum:

Station 1
Mathematik

Thema: Wiederholung – Rechtecke und Quadrate

Bearbeite die untenstehenden Lern-Apps. Beschreibe in eigenen Worten wie diese Apps aufgebaut sind und wie sie funktionieren.



Eigenschaften eines Rechtecks

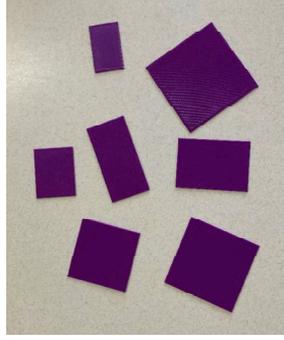


Figuren Memory



Flächeninhalt berechnen

Du benötigst für diese Teilaufgabe Material siehe Abbildung. Berechne den Flächeninhalt der Rechtecke und Quadrate.



Abbildung

- Eigenschaften eines Rechtecks: _____

- Figuren Memory: _____

- Flächeninhalt berechnen: _____

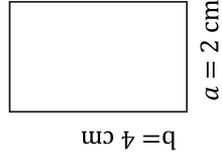
Beispiel 1:

$$a = 3 \text{ cm}$$



$$\begin{aligned} A_Q &= a \cdot a \\ &= 3 \cdot 3 \\ &= 9 [cm^2] \end{aligned}$$

Beispiel 2:



$$\begin{aligned} A_R &= a \cdot b \\ &= 2 \cdot 4 \\ &= 8 [cm^2] \end{aligned}$$

Name:	
Klasse:	
Datum:	

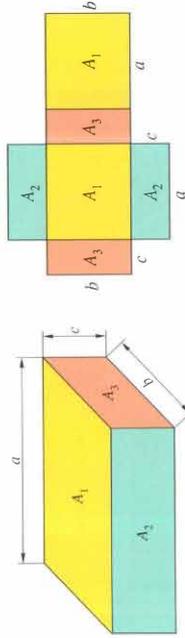
Thema: Oberfläche von Quadern und Würfeln

Entdecken



- Nimm eine leere, quaderförmigen Verpackungen.
- Schneide die Verpackung so auf, dass ein Quadernetz entsteht.
- Aus welchen Flächen (bzw. Figuren) besteht das Quadernetz.
- Vergleiche und ordne die Flächen nach ihrer Größe.

2 Ein Quader hat die Maße $a = 5\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$ und $c = 2\text{cm}$.
Jürgen zeichnet das Netz.



a) Erkläre die Rechnung, die rechts steht.

$$O_Q = A_1 + A_1 + A_2 + A_2 + A_3 + A_3$$

O_Q steht hier für die gesamte Oberfläche des Körpers (Quader).

$$O_Q = 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_3$$

$$O_Q = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$

b) Berechne, die Oberfläche des Quaders, indem du wie rechts (Beispiel 1 und 2) rechnest.

3 Beschreibe, wie du die Oberfläche eines Würfels O_W berechnen würdest. Geh dabei vor wie in Aufgabe 2.

https://cdn.pixabay.com/photo/2012/04/14/15/50/box-34357_960_720.png

Verstehen

Bei einem Quader besteht die Oberfläche aus drei verschiedenen Rechtecken, die jeweils zweimal vorkommen: $2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_3$

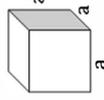
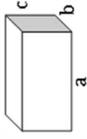
Bei einem Würfel besteht die Oberfläche aus sechs Quadraten, die alle gleich groß sind: $6 \cdot A$

Merke

Die **Oberfläche O** eines Würfels oder Quaders ist die Summe der Flächeninhalte aller Teilflächen.

Die **Oberfläche O eines Quaders** wird mit der Formel

$$O_Q = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c \text{ berechnet.}$$



Die **Oberfläche O eines Würfels** wird mit der Formel

$$O_W = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot a^2 \text{ berechnet.}$$

Beispiel 1:

Ein Quader ist 5 cm lang, 3 cm breit und 2 cm hoch. Also ist $a = 5\text{ cm}$, $b = 3\text{ cm}$ und $c = 2\text{ cm}$. Seine Oberfläche wird so berechnet:

$$O_Q = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$

$$O_Q = 2 \cdot 5 \cdot 3 + 2 \cdot 5 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 2$$

$$O_Q = 2 \cdot 15 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 6$$

$$O_Q = 62 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Die **Oberfläche O** des Quaders beträgt 62 cm^2 .

Beispiel 2:

Ein Würfel hat 3cm lange Kanten. Also, ist $a = 3\text{cm}$. Seine Oberfläche wird so berechnet:

$$O_W = 6 \cdot a \cdot a$$

$$O_W = 6 \cdot 3 \cdot 3$$

$$O_W = 6 \cdot 9$$

$$O_W = 54 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Die **Oberfläche O** des Würfels beträgt 54 cm^2 .

Aufgabe

Beschreibe in eigenen Worten wie man die Oberfläche eines Würfels oder Quaders berechnet.



Lernstufen Mathematik 6 Differenzierende Ausgabe 2018; S.111.



Die Satzgruppe des Pythagoras bei Flugobjekten

Berechnungen mit dem Satz des Pythagoras unter Einsatz von programmierbaren Drohnen

Zur Konzeption

Im Unterrichtsvorschlag wird die spannende Technologie der Drohne thematisiert und zur Anwendung des Satz des Pythagoras genutzt. Die Drohne hat längst Einzug in die Erfahrungswelt gehalten und wird mittlerweile nicht nur von Behörden z.B. zur Landvermessung, Rettungs- und Katastrophenschutzeinrichtungen sondern auch von Privatpersonen für unterschiedliche Zwecke eingesetzt. Die Funktionsweise einer solchen Drohne zu erkunden und besser zu verstehen stellt damit nicht nur ein motivierendes sondern gleichzeitig auch ein mathematisch gehaltvolles Setting dar, welches dazu dient die zunehmend digitalisierte und technisierte Erfahrungswelt zu verstehen. Der Satz des Pythagoras wird dabei verwendet, um die Drohne in einem rechtwinkligen Dreieck so fliegen zu lassen, dass sie letztlich wieder am Startpunkt ankommt. Dazu ist es notwendig zu verstehen, dass sich der Drohnenflug als geometrische Figur verstehen lässt. In einem darauffolgenden Schritt werden die bekannten Berechnungsvorschriften zum Satz des Pythagoras herangezogen und auf den Kontext der Flugbahn der Drohne angewendet. Die Überprüfung der Ergebnisse kann dann anhand der Beobachtungen der Drohne überprüft, diskutiert und ggf. überarbeitet werden. So vertiefen die Schülerinnen und Schüler ihr Wissen zum Satz des Pythagoras, wenden dieses auf einen aktuellen Themenbereich an und sammeln gleichzeitig erste Erfahrungen mit der Bedienung und Programmierung einer Drohne. Dadurch ergeben sich günstige Bedingungen dazu, den Drohnenflug sowie dessen Programmierung als mathematisches Problem zu verstehen und so einen Beitrag dazu zu leisten, die Erfahrungswelt in einer spezifischen Weise zu verstehen.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Das im Unterrichtsentwurf vorgestellte Problem lässt vielfältige Möglichkeiten zu, weiterführende mathematische und informatische Fragestellungen aufzugreifen und diese im Verbund der MINT-Fächer zu erarbeiten. Denkbare Themenbereiche sind z.B. das Programmieren von Flugbahnen sowie deren Optimierung nach gegebene Vorgaben. Solche Fragestellungen werden zum Beispiel bei Fragestellungen bei der Nutzung von Drohnen zur Zustellung von Briefen oder Paketen per Drohne ökonomisch wie auch ökologisch interessant, wie sie in Zukunft denkbar sind. Betrachtet man größere Flugstrecken einer Drohne einige Meter über dem Erdboden, so kann die Diskrepanz zwischen der von der Drohne zurückgelegten Flugstrecke im Vergleich zu der Strecke, die über dem Erdboden zurückgelegt werden müsste, diskutieren. Einerseits können dabei geographische Fragestellungen interessant werden, die zum Beispiel das Straßen- und Wegenetz befassen. Aus mathematischer Sicht kann dabei die Diskrepanz zwischen der ebenen Geometrie und der Geometrie auf der Kugeloberfläche in den Fokus rücken. Aus informatischer Sicht können neben der grundlegenden Fragestellungen zur Funktionsweise einer Drohne, Fragen zur Sicherheit sowie zur optimierten Programmierung einer Drohne diskutiert werden. Die aufgeführten weiterführenden Anregungen zeigen auf, wie produktiv das Problem zur Anregung fachlicher Verstehensprozesse im gesamten MINT-Bereich eingesetzt werden kann und welche Potenziale sich für den Einsatz im Unterricht unterschiedlicher Jahrgangsstufen ergeben.

Die Satzgruppe des Pythagoras bei Flugobjekten

Berechnungen mit dem Satz des Pythagoras unter Einsatz von programmierbaren Drohnen (Jahrgangsstufe 9)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler erfahren mithilfe der Drohne die Zusammenhänge von Katheten und Hypotenuse.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler berechnen geometrische Größen und wenden den Satz des Pythagoras an, indem sie die Drohne mit Werten fliegen lassen, die die Katheten des Pythagoras darstellen und die Drohne die Hypotenuse fliegen lässt.

Die Schülerinnen und Schüler erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten in eigenen Worten und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen, indem sie sich in der Arbeitsphase austauschen und ihre Ergebnisse im Plenum vortragen.

Die Schülerinnen und Schüler sind in der Lage die Drohne zu bedienen, indem sie die Koordinaten in das Programm zu übertragen und diese die angedachte Strecke fliegt.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Einführung in rechtwinklige Dreiecke
2	Pythagoreische Zahlentripel
3-4	Den Satz des Pythagoras erkunden mithilfe von Legebeweisen
5-7	Berechnungen mit dem Satz des Pythagoras
8-9	Üben und Anwenden des Satz des Pythagoras

„Wir spiegeln analog und digital“

Jahrgangsstufe 9

Benötigte Materialien:

- DJI Tello Edu Drohnen
- iPads + iPad Stifte + App Tello Edu
- Beamer/Smartboard

Unterrichtsverlaufsplan 60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	Die Lehrkraft erklärt kurz den Aufbau der folgenden Stunde und präsentiert das Thema "Berechnungen mit dem Satz des Pythagoras". Die SuS werden in die Nutzung für die Drohnen und den Laptop/ Tablets instruiert und erhalten dazu eine Erklärung der Flugbereiche im Klassenraum.	Die Verwendung von Drohnen im Unterricht erfordert zu Beginn eine genaue Erklärung, wo man im Raum fliegen kann und welche Regeln gelten. (In jedem Flugbereich nur eine Drohne)	Plenum Beamer
30 Min	Erarbeitung	Die SuS berechnen den Satz des Pythagoras, indem sie die auf dem AB vorgegebenen x, y und z Werte in die Drohnenapp eingeben und dann den Flug nachzeichnen und abmessen.	Die SuS erkennen anhand der Flugbewegung der Drohne, dass diese nicht erst dem x Wert und dann den y Wert fliegt, sondern die Hypotenuse zu x und y. Somit sind dann die x und y Werte die Katheten des Pythagoras. Der z Wert ist für den Pythagoras im dreidimensionalen Raum.	Partnerarbeit Drohne Tello Edu Tablet mit Tello Edu App AB zum Pythagoras
15 Min	Sicherung	Die SuS vergleichen ihre Ergebnisse, auch mit denen aus den vorherigen Unterrichtsstunden zu Pythagoras.	Die SuS leiten anhand ihrer Zeichnungen und gemessenen Werte die Katheten und Hypotenuse des Pythagoras ab.	Plenum
5 Min	Reflexion der Stunde	Zum Abschluss füllen die SuS eine Oncoo Umfrage durch	Über die Oncoo-Umfrage sollen die SuS ihre Ergebnisse reflektieren	iPad
5 Min	Aufräumen	Die SuS räumen die Materialien wieder an die vorgegebenen Kisten		

Mathematik mit der Drohne



Aufgabe 1:

Öffne das Programm Tello Edu auf deinem iPad und schreibe folgendes Programm:

- | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|
| a) Abheben | b) Abheben | c) Abheben |
| $x\ 50\ y\ 50\ z\ 0$ | $x\ 30\ y\ 40\ z\ 0$ | $x\ 30\ y\ 40\ z\ 50$ |
| Landen | Landen | Landen |

Aufgabe 2:

Beschreibe jeweils den Flug der Drohne. Wie lang ist die geflogene Strecke?

Aufgabe 3:

Welches mathematische Problem lässt sich hiermit erklären?

Aufgabe 4:

Zeichne deine Flüge aus Aufgabe 1 hier auf das Blatt und beschrifte deine Zeichnung.



Zufallsexperimente und ihre Wahrscheinlichkeiten mit selbsterstellten Lernvideos sichern

Zielsetzung und Planung des Arbeitsprozesses für die Erstellung eines Lernvideos mit der Unterstützung einer KI festlegen

Zur Konzeption

Im vorliegenden Unterrichtsvorschlag kombiniert die Lehrkraft eine bereits mehrfach erprobte Methode zur Sicherung von Lerninhalten, ein so genanntes Erklärvideo (hier Lernvideo genannt), mit einem neuen digitalen Werkzeug: einer KI. Im vorgestellten Unterricht wird die KI den Schüler:innen als zusätzliche Unterstützung angeboten, sie muss aber nicht verwendet werden. Die Erstellung des Videos ist auf mehrere Stunden bzw. eine Reihe aufgeteilt worden, wobei es in der vorliegenden Stunde um die erste Stunde der Reihe geht, in der der Ablaufplan und auch das Ziel des Videos in den jeweiligen Gruppen festgelegt werden soll.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die Einbindung einer KI in den Prozess der Planung der Schüler:innen hätte an dieser Stelle auch als Kontrollinstanz genutzt werden können, indem die Schüler:innen ihre zuvor selbsterstellte Planung der KI zur Überprüfung auf Vollständigkeit bzw. eventueller logischer und mathematischer Lücken bereitstellen. Anschließend hätten die Schüler:innen die Rückmeldung der KI dann wieder für ihre Überarbeitung der Planung und der folgenden Durchführung nutzen können.

Zufallsexperimente und ihre Wahrscheinlichkeiten mit selbsterstellten Lernvideos sichern

Zielsetzung und Planung des Arbeitsprozesses für die Erstellung eines Lernvideos mit der Unterstützung einer KI festlegen (Jahrgangsstufe 8)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können Wahrscheinlichkeiten anschaulich in der Planung eines Lernvideos darstellen.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler wenden die KI zur Unterstützung im Prozess der Erstellung eines Lernvideos an, indem sie ihr Fragen bezüglich der Erstellung sowie des Prozesses stellen.

Die Schülerinnen und Schüler sind in der Lage die Grundkonzepte der Wahrscheinlichkeitsrechnung anzuwenden, indem sie aus einem selbstgewählten Beispiel Berechnungen visualisieren und verdeutlichen.

Die Schülerinnen und Schüler reflektieren ihren eigenen Prozess, indem sie notieren welche Arbeitsschritte durchgeführt wurden.

Die Schülerinnen und Schüler sind in der Lage auf das Feedback der Lehrkraft einzugehen, indem sie ihre Planung für das Lernvideo anpassen und die vorgeschlagenen Inhalte berücksichtigen.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Lernenden können in der Arbeitsstunde (im Jahrgang 8 auch EVA genannt (Eigen verantwortliches Arbeiten)) an ihrem Drehbuch weiterarbeiten.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Erstellen eines Lernvideo – Zielsetzung und Planung des Arbeitsprozesses festlegen
2	Überarbeiten von Zielsetzung und Planung anhand einer Rückmeldung
3-4	Erstellung von Arbeitsmaterialien und Drehbuch
5-7	Drehen und/oder überarbeiten des Drehbuchs
8-9	Bearbeiten des Lernvideo und Abgabe

Zielsetzung und Planung des Arbeitsprozesses für die Erstellung eines Lernvideos mit der Unterstützung einer KI festlegen

Jahrgangsstufe 8

Benötigte Materialien:

- KI (Chat-Bot - Hier: fobizz)
- Beamer/Smartboard
- Laptops/Tablets
- Kamera/Smartphone

Unterrichtsverlaufsplan 60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	Die Lehrkraft erklärt kurz den Aufbau der folgenden Stunde und präsentiert das Thema "Erstellen von Lernvideos zum Thema Zufallsexperimente".	Die Lernenden erhalten durch die PowerPoint einen Überblick über den geplanten Unterrichtsverlauf. Sie soll außerdem das Interesse der Lernenden wecken.	Plenum Beamer, Beispielobjekte
40 Min	Erarbeitung	Die Lernenden besprechen innerhalb der Gruppe welches Zufallsexperiment sie wählen. Sie legen ein Ziel fest und planen ihren Arbeitsprozess. Die Schüler:innen können eine KI (z.B. fobizz) als Unterstützung verwenden.	Die selbstständige Wahl des Zufallsexperiments fördert die Entscheidungskompetenz der Lernenden. Die klare Zielsetzung und die Nutzung von Künstlicher Intelligenz (fobizz) ermöglichen gezielte Ausrichtung und moderne Technologieanwendung im Lernprozess, stärken Teamarbeit und Kommunikationsfähigkeiten.	Gruppenarbeit Beamer Arbeitsblätter, Laptops und Beispielobjekte fobizz
5 Min	Sicherung	Die Gruppe notiert die in der Stunde bearbeiteten Inhalte.	Die Dokumentation der Aufgaben dient dem Reflektieren des bereits gelernten sowie der Selbstorganisation der Gruppe.	Plenum Beamer
5 Min	Reflexion	Die Gruppe reflektiert in einem Plenumsgespräch ihren Lernprozess und stellt die Inhalte vor.	Die Gruppenreflexion im Plenum ermöglicht einen offenen Austausch über den Lernprozess und fördert die kollektive Wissensbildung. Die Vorstellung der Inhalte stärkt die Präsentationsfähigkeiten der Lernenden und unterstützt den Wissensaustausch innerhalb der Gruppe und Gruppenübergreifend.	
5 Min	Aufräumen	Die Lernenden räumen ihr Material (Laptops, Kamera/Smartphone) auf.		

Künstliche Intelligenz und Wahrscheinlichkeit

Aufgabe: Lernvideo zum Thema Zufallsexperiment erstellen

In den nächsten Unterrichtsstunden werdet ihr euch intensiv mit dem Thema „Erstellung eines Lernvideos“ auseinandersetzen.

Ihr werdet:

- Ein eigenes Lernvideo zu einem ausgewählten Zufallsexperiment erstellen
- Eine Zielsetzung verfassen und welche Arbeitsschritte ihr zum Erreichen dieses verwendet
- Das Lernvideo drehen und bearbeiten
- Den Arbeitsprozess dokumentieren und reflektieren.



Ihr arbeitet während eures gesamten Arbeitsprozesses mit **fobizz (KI)** zusammen. Dabei habt ihr viele Freiheiten.



fobizz unterstützt euch beim Entwickeln eures Lernvideos und beim Formulieren und Überarbeiten eures Textes. Ihr könnt selbst entscheiden, wie ihr dabei vorgeht. Ihr könnt ihm Aufgaben geben, Fragen stellen oder euch zu seinen Antworten äußern.

Künstliche Intelligenz und Wahrscheinlichkeit

Aufgabe 1:

Wählt gemeinsam ein Thema aus, zu dem ihr ein Lernvideo erstellen wollt. Verwendet bei der Themenfindung die KI von fobizz als Unterstützung.

Wahlthemen:

- a) Bestimme die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass ein **Quader** auf die angegebenen Seiten fällt
(Quader 1: $a = 6 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$; Quader 2: $a = 9 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$)
- b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür ein Feld des **Glücksrades** zu treffen
(Glücksrad 1: 10 Felder, Glücksrad 2: 42 Felder)
- c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit einen Inhalt der **Urne** zu ziehen
(4 Inhalte, 10 Inhalte, 15 Inhalte)

Hier ist Platz für Stichpunkte/ Skizzen etc.:



Grundrechenarten mit Amazon Alexa

Ein Stationenlernen zur Verbindung der Grundrechenarten unterstützt durch die Sprach-KI Amazon Alexa

Zur Konzeption

Das Ziel der in diesem Beitrag beschriebenen Unterrichtsreihe ist es, die Kompetenzen der Schüler:innen in den arithmetischen und algebraischen Grundoperationen – Addition, Subtraktion und Multiplikation ganzer Zahlen – zu wiederholen und zu festigen. Dies umfasst auch die Anwendung mathematischer Gesetze wie beispielsweise des Distributiv- oder Kommutativgesetzes. In einer fünften Klasse kommen Schüler:innen aus verschiedenen Grundschulen zusammen, die individuelle mathematische Fähig- und Fertigkeiten bzw. Vorkenntnisse mitbringen. Eine gezielte Wiederholung gewährleistet, dass alle Schüler:innen auf einem einheitlichen Stand der Rechenfertigkeiten sind, was für ihr weiteres Lernen von Bedeutung ist. Zudem sollen sie lernen, ihre arithmetischen Kenntnisse und erworbenen Strategien effektiv zur Lösung von realitätsbezogenen Aufgaben in Form von Sachaufgaben anzuwenden. Am Ende dieses Unterrichtsvorhabens wird ein Stationenlernen durchgeführt, um die gelernten Inhalte zu verknüpfen und den Wissensstand der Schüler*innen zu diagnostizieren. U.a. wird dabei auf effektive Peer-Learning-Methoden gesetzt. Die Lernenden arbeiten in kleinen Gruppen zusammen, unterstützen sich gegenseitig bei der Lösung der Aufgaben und profitieren somit voneinander.

Weiterführende unterrichtspraktische Bemerkungen

Die Kombination aus traditionellen und digitalen Lernstationen ist besonders interessant. Sie ermöglicht nicht nur verschiedene Präsentationsformen der Aufgaben, sondern fördert zusätzlich durch die spielerischen Elemente auch die Motivation der Schüler:innen. Der Einsatz digitaler Medien, wie ein virtuelles Labyrinth und ein Sprachassistenzsystem, steigert somit das Lernerlebnis und bietet den Lernenden zudem ein konstruktives Feedback, das ihnen hilft, ihre Fähigkeiten weiterzuentwickeln. Ergänzt wird dies durch ein Feedback von den Lehrkräften am Ende der Stationenarbeit, um Selbstständigkeit und die Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen zusätzlich zu fördern.

Grundrechenarten mit Amazon Alexa

Ein Stationenlernen zur Verbindung der Grundrechenarten unterstützt durch die Sprach-KI Amazon Alexa (Jahrgangsstufe 5)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler nutzen die gelernten Strategien zum Lösen von Aufgaben zu Grundrechenarten.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler entscheiden welche Rechenstrategie verwendet werden muss, indem sie im Rechenspiel mit der Alexa verschiedene Aufgaben lösen.

Die Schülerinnen und Schüler berechnen die durch ein Sprachassistenzsystem auditiv wiedergegebenen Multiplikationsaufgaben und visualisieren diese auf der symbolischen Ebene, indem sie die von Alexa gestellten Aufgaben auf einem Arbeitsblatt notieren und lösen.

Die Schülerinnen und Schüler können Aufgaben der verschiedenen Grundrechenarten miteinander kombiniert lösen, indem sie entsprechende Aufgaben der Alexa-App bearbeiten.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1-3	Schriftlich Addieren und Subtrahieren
4	Rechengesetze (Assoziativgesetz und Kommutativgesetz)
5-7	Vorteilhaftes Rechnen
8-9	Sachaufgaben zu Grundrechenarten
10-11	Rechengesetze erweitern (Distributivgesetz)
12	Verbindung der Grundrechenarten

Ein Stationenlernen zur Verbindung der Grundrechenarten unterstützt durch die Sprach-KI Amazon Alexa

Jahrgangsstufe 5

Benötigte Materialien:

- Amazon Alexa
- Beamer/Smartboard

Unterrichtsverlaufsplan 60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	Die Lehrkraft erklärt kurz den Aufbau der folgenden Stunde und präsentiert das Thema "Grundrechenarten festigen". Es wird gemeinsam jede Station kurz erklärt.	Eine PowerPoint begleitet die SuS durch die Stunde und enthält so den Plan mit den Stationen.	Plenum Beamer
40 Min	Erarbeitung/Sicherung	Die SuS erarbeiten in den einzelnen Stationen die Grundrechenarten und nutzen ggf. die gelernten Rechengesetze. Die SuS erhalten zu jeder Station ein Arbeitsblatt, auf dem die Ergebnisse notiert werden (Einzelarbeit). Die SuS halten auf ihren Laufzettel fest, ob sie eine Station bearbeitet haben.	Die Raumplanung sollte berücksichtigen, dass mehrere Alexas nebeneinander laufen. Daher ist es ratsam verschiedene Räume zu nutzen, um eine Verwirrung der Sprachausgabe zu unterbinden. Die SuS sollten einen Laufzettel erhalten, damit sie wissen, wie viele Stationen vorhanden sind und wie weit sie diese erledigt haben.	Gruppenarbeit / Partnerarbeit oder Einzelarbeit Alexa PC Trio Rechenkönig Arbeitsblatt Laufzettel
10 Min	Reflexion der Stunde	Die SuS reflektieren über das Gelernte und geben ein kurzes Feedback über die Nutzung der Medien.	Die SuS berichten über ihre Erfahrung, damit ein erneuter Einsatz der Medien geplant werden kann.	Plenum
5 Min	Aufräumen	Die SuS räumen gemeinsam den Klassenraum auf.		

Laufzettel Stationen

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____

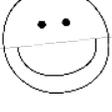


Station:	Benötigtes Material:	Erledigt am:	Wie fandest du die Station?
1. Entkomme dem Labyrinth!	- PC - AB 1		  
2. Mathefit mit Alexa	- Alexa - AB 2		  
3. Trio	- AB 3		  
4. Rechenkönig (Freiwillig)	- AB 4		  

Laufzettel Stationen

Name: _____ Klasse: _____ Datum: _____



Station:	Benötigtes Material:	Erledigt am:	Wie fandest du die Station?
5. Entkomme dem Labyrinth!	- PC - AB 1		  
6. Mathefit mit Alexa	- Alexa - AB 2		  
7. Trio	- AB 3		  
8. Rechenkönig (Freiwillig)	- AB 4		  

2

Unterrichtsskizzen für die Sekundarstufen

Gymnasium Netphen

Schwerpunktthema: 3D-Druck im Regelunterricht der Mathematik

Als Schulleiter des Gymnasiums Netphen habe ich mich für unsere Schulgemeinschaft sehr gefreut, dass wir durch das Projekt „DigiMath4Edu“ die Kooperation mit der Universität Siegen und heimischen Unternehmen weiter ausbauen konnten. Als MINT-fördernde Schule haben wir in unserem Unterrichtsband „Leben.Lernen.“ schon früh die Stärken und Begabungen unsere Schülerinnen und Schüler gefördert. So kamen über die Förderung im Rahmen eines Innovationsbudgets der Industrie- und Handelskammer Siegen schon früh zwei erste 3-D-Drucker zum Einsatz.

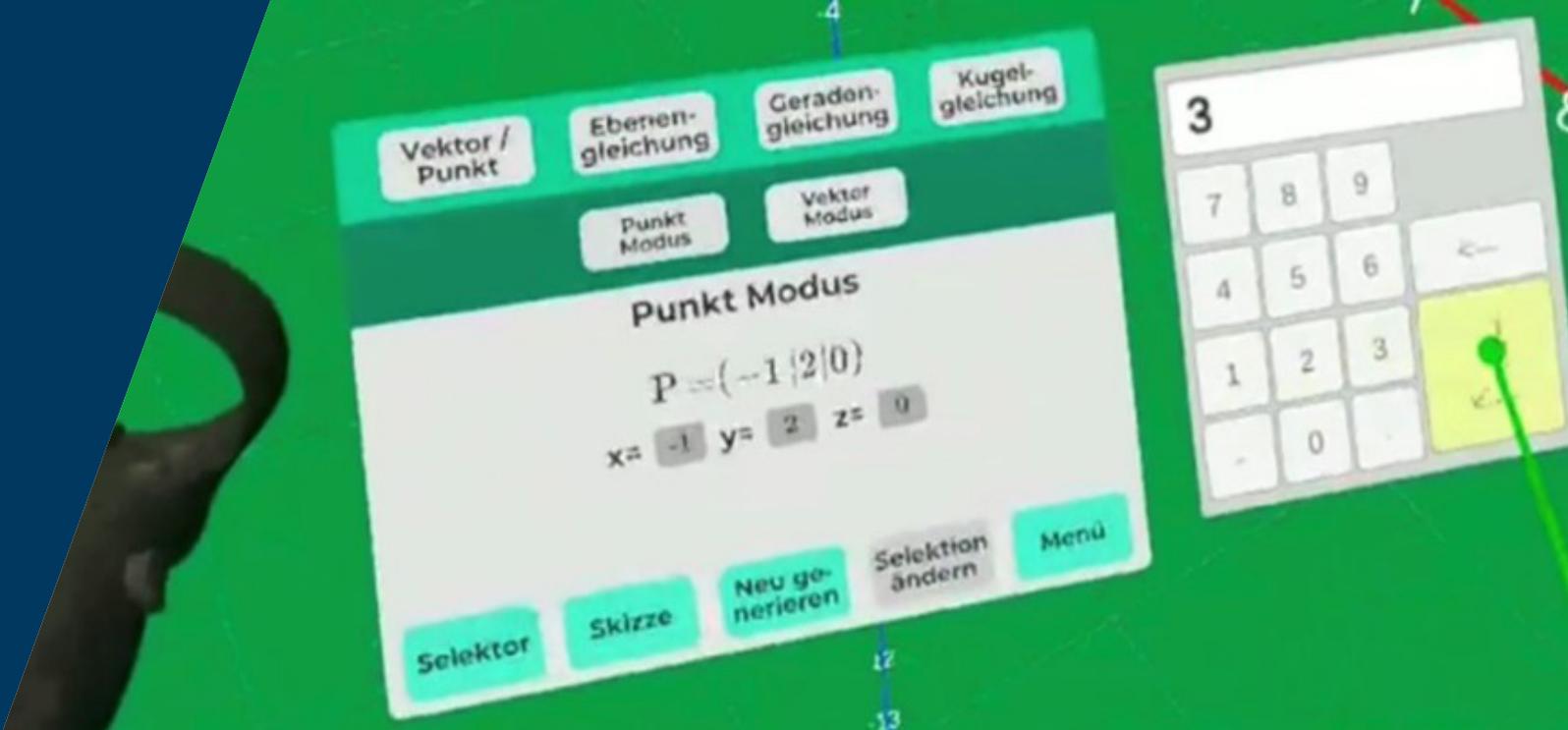
Das Gymnasium Netphen ist momentan in einem großen Veränderungsprozess. Innere und äußere Strukturen werden momentan intensiv evaluiert, um gute Lern- und Lebensräume für die Zukunft zu schaffen. So muss der neue Schulbau – ein Zeichen der äußeren Transformation - mit guten digitalen Konzepten ergänzt werden. Dieser Weg der Veränderung konnte wunderbar durch die Teilnahme am Projekt „DigiMath4Edu“ angebahnt werden. Die Fachschaft Mathematik war sich schnell einig, dass wir diesen Weg hin zu einem modernen Mathematikunterricht gehen wollen. Hierbei wurden wir wunderbar durch die beiden engagierten und motivierten Unterrichtsassistenten, Frau Müller und Herr Voß, unterstützt. Schnell merkten wir, dass unsere Schülerinnen und Schüler durch die neuen digitalen Angebote, aber auch die Einbindung neuer Alltagsbezüge stark motiviert wurden. Das konnte in diesem Maße nur gelingen, da viele Fachkolleginnen und Fachkollegen sich kreativ und engagiert einbrachten. Am Ende stand die weiterentwickelte Balance der personalen und materialen Steuerung des Lehr-Lern-Prozesses im Mathematikunterricht. Gerade die Teilnahme am Projekt „DigiMath4Edu“ ermöglichte in beiden Bereichen, den Lernprozess im Zeitalter der Digitalisierung weiterzuentwickeln, evtl. sogar neu zu denken.

Die Unterstützung des Prozesses der unterrichtlichen Weiterentwicklung am Gymnasium Netphen ist ein großer Gewinn für uns alle, besonders für unsere Schülerinnen und Schüler. Es ist wunderbar, die Freude bei Lernenden und Lehrenden zu beobachten, die durch den Innovationsimpuls „DigiMath4Edu“ ausgelöst wurde.

Eckhard Göbel

Das Digitallabor

Das Digitallabor des Gymnasium Netphen befindet sich aktuell in dem Raum der Medienscouts, soll aber im nächsten Jahr in das neuere Gebäude umziehen. Neben einer Vielzahl an digitalen Medien ziehen auch die 3D Drucker von Prusa um, die schon zu Beginn für vielfältiges und individuelles Unterrichtsmaterial am Gymnasium gesorgt haben. Nach und nach werden die Lehrer damit Klassensätze für die einzelnen Jahrgänge erstellen, sodass die Lehrkräfte diese nicht mehr kurzfristig für ihren Unterricht erstellen müssen, sondern auf fertig gepackte Kisten zurückgreifen können. Nach Beendigung des Projekts DigiMath4Edu bleiben die digitalen Medien an der Schule, wodurch die Lehrkräfte noch in Zukunft davon profitieren können. An dem Gymnasium Netphen befinden sich neben Sprachassistenten und Lego-Robotik Sets auch noch VR-Brillen von Meta, die als fast vollständiger Klassensatz das Kooperative Lernen in verschiedenen Unterrichtsszenarien unterstützen. Zu Beginn des Projektes haben die Grundkurse der Q1 die Vektorgeometrie damit behandelt, doch auch die Einführungsphase soll im nächsten Jahr direkt damit arbeiten können. Auch das große Interesse von Lehrkräften aus den Fächern Sport und Deutsch an den Brillen zeigt, dass das Gymnasium Netphen das Digitallabor nicht nur während des laufenden Projektjahres, sondern auch für die Zukunft fest in ihren Schulalltag eingeplant hat und auch an einem fächerübergreifenden Einsatz interessiert ist. Zwischenzeitlich befanden sich in dem Digitallabor 3D Druck Stifte der Universität Siegen, die in der Jahrgangsstufe 7 für die Winkelbeziehungen im Dreieck, wie auch an der Bertha von Suttner Gesamtschule im ersten Projektjahr, verwendet wurden. In der Zusammenarbeit mit den Digitalassistent:innen wurden in dem Digitallabor viele kreative und neue Unterrichtsideen entwickelt, doch auch auf das bereits bestehende zurückgegriffen. Durch einen fest im Digitallabor installierten PC können die dort entwickelten Ideen auch weiterhin für alle Lehrkräfte jederzeit abrufbar aufbewahrt werden. Durch die Zusammenarbeit der Digitalassistenten und der Lehrkräfte, werden die digitalen Medien auch in Zukunft gewinnbringend in den Unterricht implementiert.



Der Unterschied zwischen einem Punkt und einem Vektor - Erkundungen durch VR

Einführung in die Vektorgeometrie und die Begriffsdefinition von Punkt, Vektor und Ortsvektor

Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag zeigt, wie der Einsatz von VR-Brillen gewinnbringend in einem verstehensorientierten Mathematikunterricht eingesetzt werden kann. Im Unterrichtsvorschlag werden dabei die für die Vektorgeometrie grundlegenden Begriffe Punkt, Vektor und Ortsvektor fokussiert und mit Hilfe der VR-Technologie schülergerecht aufbereitet. Die VR-Technologie ermöglicht eine empirische Repräsentation von Vektoren im dreidimensionalen Raum. Auf Basis der formalen Notation werden Punkte und (Orts)vektoren im dreidimensionalen Raum dargestellt, sodass die Lage im Raum durch die Schülerinnen und Schüler untersucht werden kann. Gemeinsamkeiten und Unterschiede können auf Grundlage dieser empirischen Basis verbalisiert und als Verstehens- und Begründungsgrundlage herangezogen werden. Dadurch werden im Vergleich zu herkömmlichen unterrichtspraktischen Möglichkeiten aus fachdidaktischer Sicht wesentliche Chancen aufgegriffen, um typischen Hürden im Verstehensprozess zu begegnen. Gleichzeitig greift der Unterrichtsvorschlag die Einführung der VR-Brille sowie der hier genutzte App (edVR) als neues digitales Werkzeug in unterstützender Vernetzung zur inhaltlichen Zielsetzung auf.

Weiterführende unterrichtspraktische Bemerkungen

Der Einsatz von VR-Brillen im Mathematikunterricht stellt eine neue Möglichkeit zur Darstellung mathematischer Begriffe bereit, deren empirische Repräsentation im Unterricht bislang in dieser Form nicht denkbar war. So wird es möglich, dass Schülerinnen und Schüler in hohem Maße handlungsorientiert komplexe Begriffe der Vektorgeometrie erkunden können. Schülerinnen und Schülern fällt es häufig schwer, eine tragfähige Vorstellung zu geometrischen Objekten im Raum zu entwickeln. Aus fachdidaktischer Sicht liegen die wesentlichen Chancen dabei in der Möglichkeit Vektoren und Punkte im Raum in einer dreidimensionalen Ansicht darzustellen und mit dem jeweiligen Lernenden räumlich in Beziehung zu setzen. Gleichzeitig ist eine solche Vorstellung für viele Schülerinnen und Schüler aus erkenntnistheoretischer Sicht notwendig um die angestrebten mathematischen Begriffe zu verstehen und als Basis für weitere Wissensentwicklungsprozesse nutzen zu können. Die empirische Darstellung stellt den Ausgangspunkt zur Wissensentwicklung sowie eine wichtige Begründungsebene für die Schülerinnen und Schüler dar. Aus erkenntnistheoretischer Sicht liegt in solchen Begründungsprozessen anhand empirischer Objekte eine wichtige Chance langfristiger und schülergerechter mathematischer Lernprozesse.

Der Unterschied zwischen einem Punkt und einem Vektor - Erkundungen durch VR

Einführung in die Vektorgeometrie und die Begriffsdefinition von Punkt, Vektor und Ortsvektor (Jahrgangsstufe Q1)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler nutzen die VR-Brille, um den Unterschied zwischen einem Punkt, einem Vektor und einem Ortsvektor zu untersuchen sowie die Anwendung edVR kennenzulernen.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler lernen die Funktionsweise der VR-Brillen Oculus Quest 2 sowie der Anwendung edVR kennen, indem sie diese angeleitet im Unterricht verwenden.

Die Schülerinnen und Schüler ermitteln Definitionen für einen Punkt und einen Vektor, indem sie diese im dreidimensionalen Koordinatensystem erzeugen.

Die Schülerinnen und Schüler untersuchen die Bedeutung von Ortsvektoren, indem sie einen Vektor mit verschiedenen Startpunkten im Koordinatensystem darstellen.

Die Schülerinnen und Schüler kommunizieren über die Lage und Eigenschaften von Vektoren, indem sie ihrer Partnerin oder ihrem Partner beschreiben, was sie in der VR-Brille sehen.

Die Schülerinnen und Schüler schulen ihr räumliches Vorstellungsvermögen, indem sie vorgegebene Vektoren in der Anwendung edVR darstellen.

Die Schülerinnen und Schüler erklären die Funktionsweise der VR-Brille Oculus Quest, indem sie sich gegenseitig mithilfe einer Anleitung anleiten.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

In der nächsten Stunde sollen für den Unterrichtseinstieg Screenshots aus der Anwendung edVR von den Aufgaben verwendet werden, um über die Definitionen von Punkten und Vektoren der einzelnen Gruppen zu sprechen. Diese Definitionen oder Notizen können als Gesprächsanlass genutzt werden.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Einführung in die Vektorgeometrie und die Begriffsdefinition von Punkt, Vektor und Ortsvektor.
2	Den Abstand von zwei Punkten und den Betrag eines Vektors bestimmen und die Vektoraddition und -Subtraktion anwenden
3	Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl und der Begriff der Linearkombination
4	Einführung von Geraden in Parameterform

Einführung in die Vektorgeometrie und die Begriffsdefinition von Punkt, Vektor und Ortsvektor

Jahrgangsstufe Q1

Benötigte Materialien:

- VR-Brillen
- Beamer/Smartboard

Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
6 Min.	Einführung	<p>Die Lehrperson erklärt das Ziel der Stunde: Die SuS lernen im dreidimensionalen Raum die Begriffe Punkt, Vektor und Ortsvektor mithilfe der Anwendung edVR kennen.</p> <p>Die Lehrperson demonstriert und erklärt mithilfe der VR-Brille wie die Brille richtig aufgesetzt, die Schärfe eingestellt und die Brille eingeschaltet wird.</p>	<p>Transparenz -> Stundenziel visualisieren</p> <p>Die Lehrperson teilt die Lernenden in Zweier-Teams für die nachfolgende Arbeit ein.</p> <p>Die Stunde wurde in einer Klasse durchgeführt, die zuvor noch nie mit VR-Brillen gearbeitet hat.</p>	<p>Plenum</p> <p>Medien: iPad der SuS VR-Brillen</p>
30 Min	Erarbeitung	<p>Jedes Team holt sich eine VR-Brille und erhält ein Arbeitsblatt sowie eine Anleitung für den Umgang mit der VR-Brille und edVR.</p> <p>Die Lehrperson geht herum und beantwortet Fragen. Zudem stellt sie Fragen dazu, was die SuS gerade machen oder was sie erkennen können.</p>	<p>Leistungsdifferenziertes Arbeiten wird durch das individuelle Lerntempo der einzelnen Gruppen ermöglicht.</p> <p>Intensive Nutzung der Lernzeit, wird durch das Kommunizieren über den Lerngegenstand ermöglicht.</p> <p>Hoher Visualisierungsanteil bei der Bearbeitung der Aufgaben, durch die VR-Brillen.</p> <p>Aktives handlungsorientiertes Arbeiten durch die Arbeit mit den VR-Brillen.</p>	<p>Partnerarbeit</p> <p>Medien: iPads VR-Brillen Arbeitsblätter Anleitungen</p>
4 Min	Aufräumen	Die Lehrperson fordert die SuS auf die Anwendung edVR zu schließen und anschließend die VR-Brillen auszuschalten und nach vorne zu bringen.		Plenum
5 Min	Sicherung	Die Lehrperson bespricht die Ergebnisse der SuS mithilfe des Arbeitsblattes.	Besonders die Schreibaufgaben, in denen die SuS Unterschiede beschreiben oder Definitionen aufstellen sollen, stehen im Fokus.	<p>Plenum</p> <p>Klassengespräch</p> <p>Medien: Arbeitsblatt</p>

Anleitung – Oculus Quest – edVR App

Grundlagen

Die Bedienung der VR-Brille erfolgt über die beiden Controller. Sie werden so in die Hand genommen, dass der Daumen etwa auf der Taste A liegt.

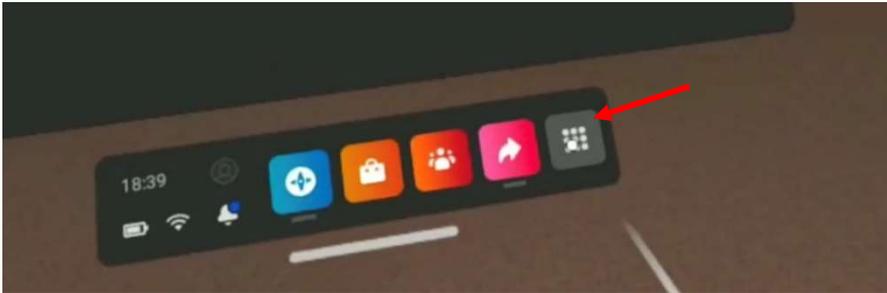


Festlegung der Room-Scale Begrenzung

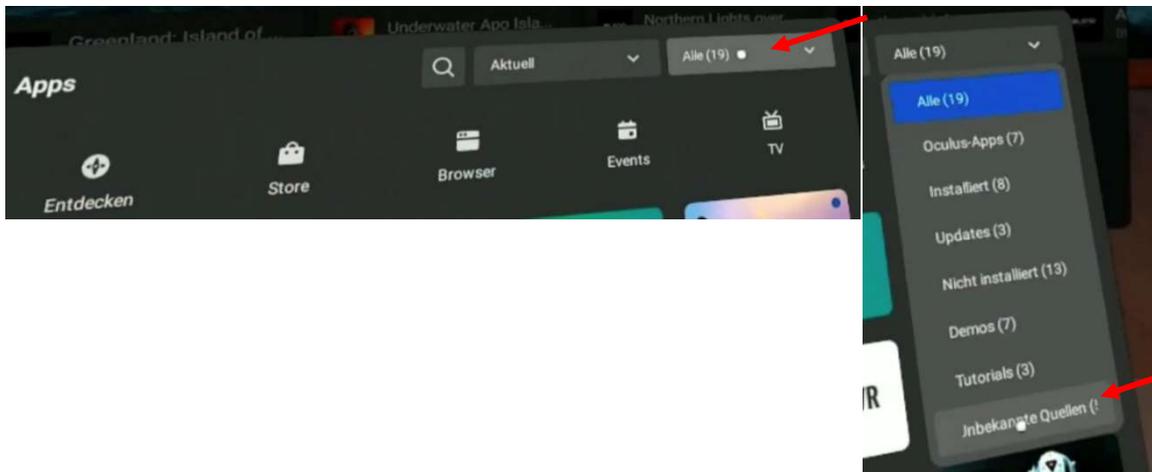
Anfangs muss beim ersten Aufsetzen der Brille die **Bodenhöhe** angegeben werden. Dazu legt man den Controller einmal auf den Boden, wobei sich ein transparentes Netz absenkt welches nachher in der Brille den Boden darstellt. Als nächstes muss eine **Begrenzung** (Guardian genannt) festgelegt werden, damit man nicht gegen Wände oder Gegenstände im Raum stößt. Wähle „Roomscale“ als Art der Begrenzung aus.

Auswählen der App edVR

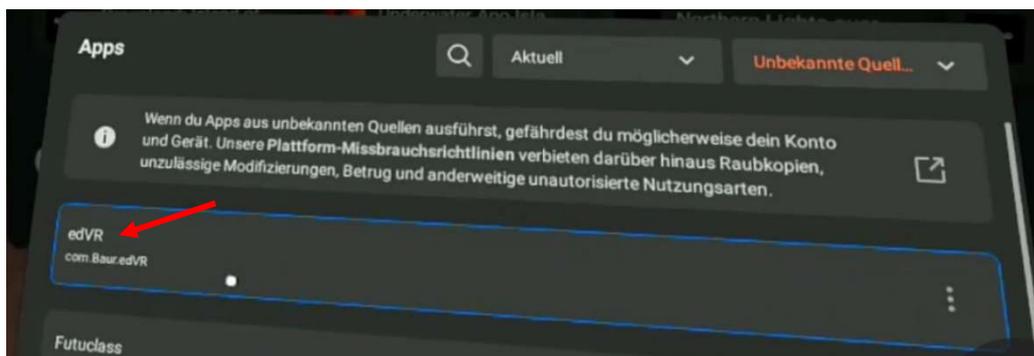
1. Klicke (mit dem rechten Controller) in der Brille auf das  -Feld:



2. Wähle oben rechts den Reiter **Alle** aus und klicke dort auf **Unbekannte Quellen**:

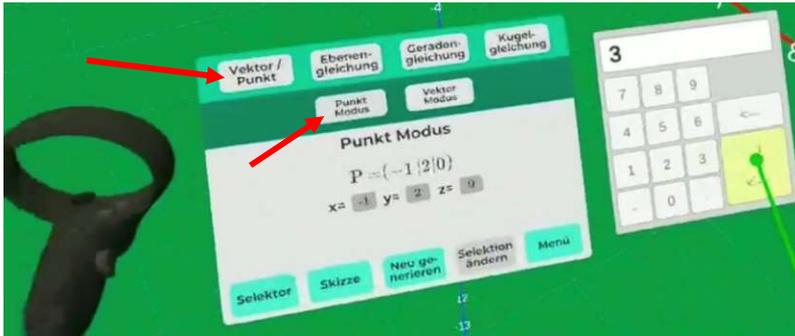


3. Wähle nun die App **edVR** aus:



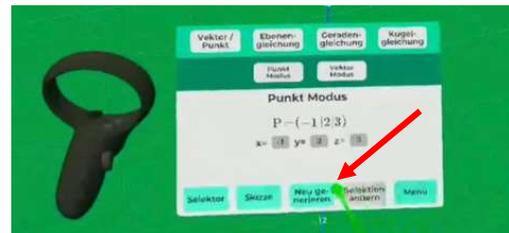
Arbeiten in der App edVR

- Jetzt befindest du dich in der App und kannst dich erstmal im Koordinatensystem umschauen. Bei edVR ist die **x-Achse rot**, die **y-Achse grün** und die **z-Achse blau**.
Durch das Drücken der seitlichen Taste des rechten Controllers und einer Handbewegung, kann das Koordinatensystem bewegt und gedreht werden.
- In Wähle zu Beginn das Feld "Vektor/Punkt" und darin den Punktmodus aus.

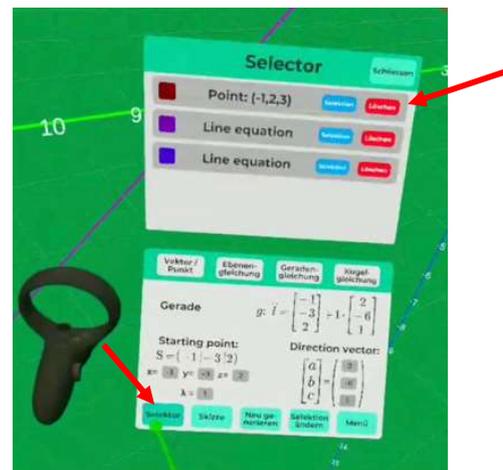


- Erstellen und Löschen

- Erstellen: Wähle **Neu generieren** aus.



- Löschen: Wähle **Selektor** aus. Hier findest du alle Objekte und kannst diese auswählen und löschen.



- Wenn du die App schließen möchtest, drück auf die Oculus-Taste auf dem rechten Controller und wähle „Anwendung schließen“ aus.
- Bitte fahrt die VR-Brille am Ende der Einheit herunter, indem ihr den Ein-/Ausschalter rechts an der Brille drückt und in der Brille „Ausschalten“ wählt.

Einführung Vektorgeometrie

Aufgaben :



1. Zeichne den Punkt $P(1/2 / 3)$
2. Zeichne den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
3. Beschreibe mit eigenen Worten die Lage des Punktes P und des Vektors \vec{v} .

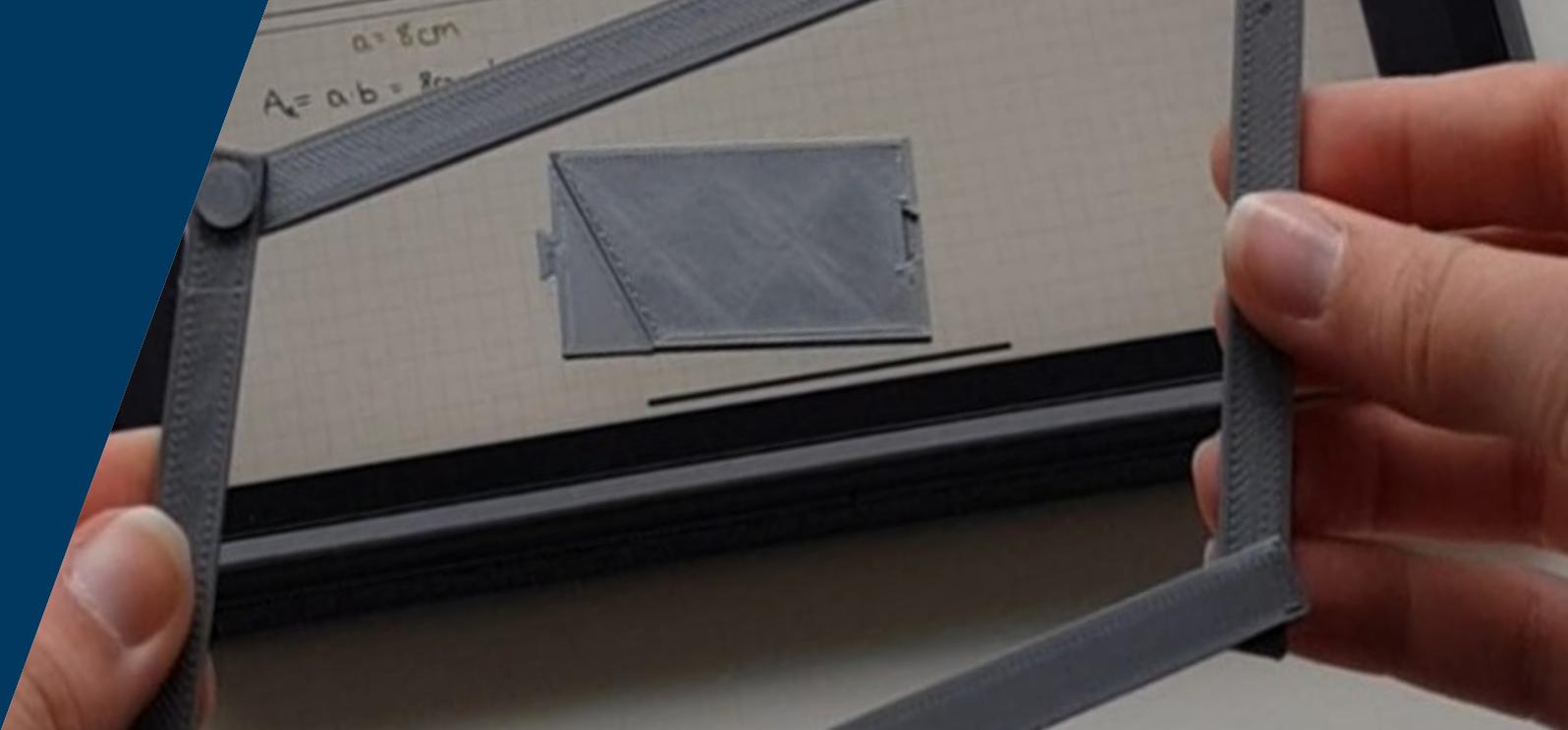
4. Überlege, wie der Vektor $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ im Koordinatensystem liegt und beschreibe dies mit eigenen Worten. Überprüfe deine Überlegung mit der VR-Brille.

5. Zeichne den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit den verschiedenen Anfangspunkten:
 $A(5 / 0 / 0), B(2 / 0 / 0), C(4 / 3 / 0), D(-2 / -3 / 0)$ und **zwei anderen** Anfangspunkten deiner Wahl.

6. Beschreibe die Lage der in Aufgabe 5 entstandenen "Pfeile" mit eigenen Worten.

7. Wie viele "Pfeile" zum Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ mag es geben? Warum?

8. Versuche eine Definition für die Begriffe **Vektor, Ortsvektor** und **Punkt**.



Flächen und ihre Eigenschaften durch den 3D-Druck haptisch erfahrbar machen

Parallelogramm \neq Rechteck – Anschauliche Erarbeitung des Flächeninhalts eines Parallelogramms mithilfe von Modellen aus dem 3D-Drucker

Zur Konzeption

Der Unterrichtsvorschlag zeigt, wie innovative Technologien eingesetzt werden können, um Unterrichtskonzepte an entscheidenden Stellen produktiv weiterzuentwickeln. Unter Einsatz der 3D-Druck Technologie wird ein flexibles Modell eines Parallelogramms gedruckt, welches als empirisches Objekt Einzug in einen handlungsorientierten Mathematikunterricht hält. In der geplanten Unterrichtsstunde wird die Herleitung der Berechnungsvorschrift zum Flächeninhalt des Parallelogramms auf Basis und in Kontrastion zur Berechnungsvorschrift des Rechtecks erarbeitet und begründet. Dass der Flächeninhalt eines Parallelogramms bei gleichen Kantenlängen unterschiedlich sein kann und von der Höhe im Parallelogramm abhängt, ist für viele Schülerinnen und Schüler nicht ohne Weiteres einzusehen und stellt sie vor Hürden im Lernprozess. In einem kooperativen Setting wird durch das entwickelte 3D-Modell eine Erkundung und Untersuchung der Veränderungen des Flächeninhalts im Parallelogramm in Abhängigkeit von dessen Höhe angeregt. Das Modell ermöglicht es, die Neigung der Seitenflächen im Bezug zur Grundfläche stufenlos zu verstellen und so die Veränderungen hinsichtlich der sich jeweils daraus ergebenden Fläche zu beobachten und zu beschreiben. Diese Beobachtungen stellen die Basis dar, auf der eine Berechnungsvorschrift entwickelt und verstanden werden kann. Gleichzeitig ergeben sich durch den Einsatz des 3D-Modells zahlreiche Gesprächs- und Begründungsanlässe, bei denen die den Schülerinnen und Schülern bekannte Berechnungsvorschrift stets in Kontrastion zur Berechnungsvorschrift des Rechtecks steht und zu einem vertieften Verstehen beider Berechnungsvorschriften führen kann.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die 3D-Druck Technologie wird hier zur Erstellung fachdidaktischer Arbeits- und Anschauungsmittel durch die Lehrkraft eingesetzt. In diesem Einsatzszenario ermöglicht die 3D-Drucktechnologie eine effektive Herstellung individuell entwickelter Arbeits- und Anschauungsmittel für den eigenen Mathematikunterricht. Auch die Herstellung einer größeren Anzahl entsprechender Modelle - zum Beispiel im Klassensatz - wird so möglich. In der Unabhängigkeit von industriell hergestellten Materialien liegt dabei ein wesentlicher Vorteil, der sich insbesondere in der Präzision und individuellen Anpassbarkeit an die Bedürfnisse, Ziele und grundlegenden Ideen des eigenen Unterrichts spiegelt. Der vorliegende Entwurf zeigt darüber hinaus eindrucksvoll, wie innovative Technologien traditionelle und aus erkenntnistheoretischer Sicht wesentliche Handlungsweisen im Unterricht unterstützen können. So wird mit Hilfe der 3D-Druck Technologie einerseits ein handlungsorientierter Zugang im Sinne des EIS-Prinzips zur Berechnung der Flächeninhaltsformel des Parallelogramms erreicht, der mit anderen Hilfsmitteln nur schwer zu erreichen ist. Andererseits wird die Abhängigkeit des Flächeninhalts im Parallelogramm von der Höhe im Parallelogramm phänomenorientiert aufbereitet und durch gezielte Beobachtungen, Beschreibungen und anschließende Hypothesenbildung der Schülerinnen und Schüler im Sinne des entdeckenden Lernens umgesetzt.

Flächen und ihre Eigenschaften durch den 3D-Druck haptisch erfahrbar machen

Parallelogramm \neq Rechteck – Anschauliche Erarbeitung des Flächeninhalts eines Parallelogramms mithilfe von Modellen aus dem 3D-Drucker

(Jahrgangsstufe 8)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können beschreiben, wie man den Flächeninhalt eines Parallelogramms berechnet.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler können die Veränderung des Flächeninhalts beim Übergang eines Rechtecks zu einem Parallelogramms beschreiben, indem sie ihre Beobachtungen beim Kippen des 3D-Modells wiedergeben.

Die Schülerinnen und Schüler werden in die Lage versetzt eine neue Formel für den Flächeninhalt eines Parallelogramms zu formulieren, indem sie die Flächeninhaltsformel des Rechtecks als falsch identifizieren und Lösungsideen der Zerlegung des Parallelogramms zu einem Rechteck erarbeiten.

Die Schülerinnen und Schüler können die Höhe zur zugehörigen Seite des Parallelogramms identifizieren, indem sie den Flächeninhalt des 3D-Puzzle-Modells eines Parallelogramms bestimmen.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schüler arbeiten mit den einführenden Aufgaben des Lehrwerks.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Check-in: Flächen was war das nochmal und wie vergleiche ich diese?
2	Parallelogramm \neq Rechteck – Anschauliche Erarbeitung des Flächeninhalts eines Parallelogramms mithilfe von Modellen aus dem 3D-Drucker
3-4	Übung macht den Meister! – Übung und Vertiefung zu der neu kennengelernten Formel zum Flächeninhalt des Parallelogramms
5	Wie ist es denn jetzt bei beliebigen Dreiecken? – Nutzung des Parallelogramms zur Erarbeitung der Formel für den Flächeninhalt von Dreiecken
6-7	Die Höhe kann auch hier außerhalb liegen! – Übung und Vertiefung zu der Flächeninhaltsformel von Dreiecken
8	Jetzt wird ergänzt und zerlegt! – Einstieg in zwei Möglichkeiten zur Berechnung von Flächeninhalten zusammengesetzter Figuren

Parallelogramm \neq Rechteck – Anschauliche Erarbeitung des Flächeninhalts eines Parallelogramms mithilfe von Modellen aus dem 3D-Drucker

Jahrgangsstufe 8

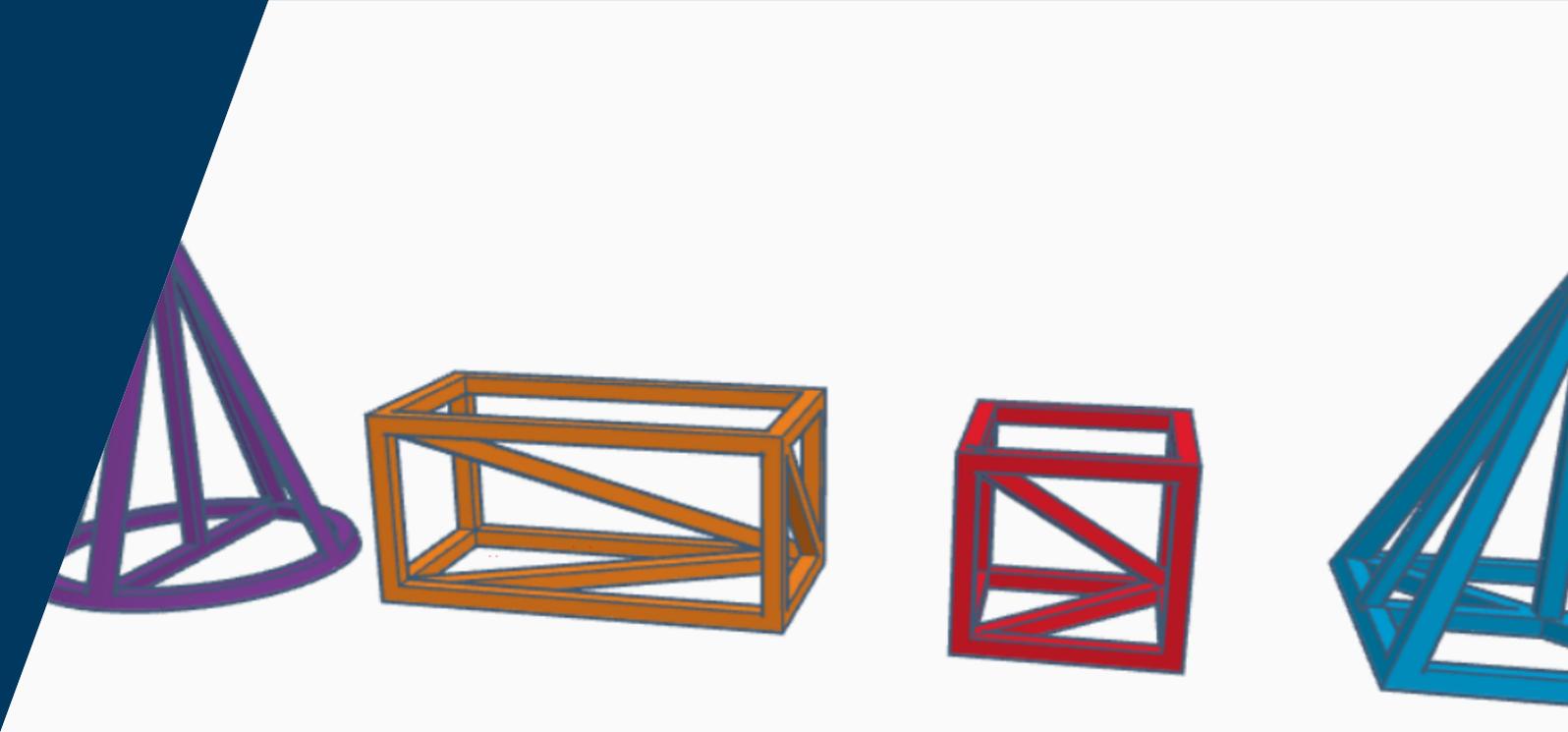
Benötigte Materialien:

- 3D-Modelle
- Beamer/Smartboard/OHP
- Dokumentenkamera

Unterrichtsverlaufsplan 1x90Min (2x45 Min)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
	Ankommen	Die Hausaufgabe der Check-in-Stunde behandelt die Eigenschaften des Parallelogramms und wird zum Einstieg genutzt. Parallelogramm, was war das nochmal? (Eigenschaften)	Ankommen der SuS. Vorwissen aktivieren.	KU, oUG
	Motivation	Ein OHP-Modell aus dem 3D-Drucker wird genutzt, um zunächst ein Rechteck zu projizieren. Das Modell wird im Anschluss zu einem Parallelogramm gekippt/verschoben. Hierbei erhalten die Schüler*Innen den Arbeitsauftrag den Flächeninhalt zu beobachten. Das Kippen erfolgt schrittweise und es werden zwischenzeitliche Schüler-Äußerungen der Beobachtung gesammelt. Im Anschluss wird das Modell immer weiter gekippt, bis sich die Seiten überlappen und keine Fläche mehr vorhanden ist. Reflexion der Beobachtungen: Die Fläche verkleinert sich beim Kippen und es gilt nicht mehr einfach $A=a \cdot b$ (wie beim Rechteck).	Schüler*Innen sind zunächst der Meinung, dass der Flächeninhalt gleichbleibt, erst bei weiterem Kippen erkennen sie die Verkleinerung. Aus diesem Vorgehen und der Beschreibung der Beobachtungen ergibt sich intuitiv die Problemstellung zur Berechnung des Flächeninhalts eines Parallelogramms, da $A=a \cdot b$ nicht mehr gelten kann!	KU, geUG, OHP, 3D-Modell
	Formulierung der Problemstellung	Die Schülerinnen und Schüler erhalten kurz Zeit zur Formulierung der Problemstellung der heutigen Stunden. Mehrere Möglichkeiten werden an der rechten Tafelseite gesammelt. Aus den gesammelten Ideen wird eine gemeinsame Problemstellung an der mittleren Tafel formuliert.	Einbezug der SuS zur Formulierung der Problemstellung.	KU/PA, gUG
	Erarbeitung	Die Schülerinnen und Schüler gehen in eine kurze Murrephase und sammeln Ideen zur Flächeninhaltsbestimmung eines Parallelogramms. Sie fertigen hierzu Zeichnungen etc. an. Die Ideen der Partnergruppen werden gesammelt und festgehalten (mittlere Tafel). Im Anschluss erhalten die Schüler*innen ein passendes 3D-Puzzle-Modell, mit der die Idee nachvollzogen wird (Enaktive Ebene) und der Flächeninhalt bestimmt.	Durch die Murrephase und den kurzen Austausch mit der Partnerin / dem Partner, erhalten auch schwächere Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit einer Beteiligung. Das Erleben der Idee am Modell vertieft den Gedanken und macht diesen erfahrbar. Zusätzlich wird so der Unterschied zwischen Höhe und Seite deutlicher.	PA/KU, AaM, Tafel, 3D-Puzzle-Modelle

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
	Sicherung	Besprechung der Bestimmung des Flächeninhalts des Parallelogramms und gemeinsame Erarbeitung eines Merkkastens (linke Tafel-seite) inkl. Anfertigung einer Zeichnung / bildlichen Darstellung zur vorher durchgeführten Zerlegung zu einem Rechteck. (Ikonische Ebene)		KU, gUG, Tafel



Der Satz des Pythagoras in Körpern - Kantenmodelle aus dem 3D-Drucker

Indiana Jones und die Pyramiden von Anubis – Rechtwinklige Dreiecke im Kantenmodell einer Pyramide erkennen und gezielt nutzen

Zur Konzeption

In einem motivierenden und problemorientierten Setting untersuchen Schülerinnen und Schüler geometrische Zusammenhänge von Pyramiden im Rahmen eines Anwendungskontexts des Satz des Pythagoras. Der Satz des Pythagoras ist den Schülerinnen und Schülern bereits bekannt, sodass er hier zur Bestimmung der Höhe von Pyramiden zur Anwendung gebracht werden soll. In diesem Zusammenhang werden darüber hinaus spezifische geometrische Zusammenhänge der Pyramide untersucht und vertieft. Die Stunde zeichnet sich durch einen problemorientierten Zugang zum inhaltlichen Gegenstand aus, mit dem sich die Schülerinnen und Schüler unter Nutzung kooperativer Arbeitsformen auseinandersetzen. Neben dem genuinen inhaltsbezogenen Feld der Anwendung des Satz des Pythagoras erhält so auch das Problemlösen als allgemeine mathematische Kompetenz einen wichtigen Stellenwert im Rahmen der Unterrichtsstunde. Ermöglicht wird diese Art der eigenständigen Erkundung mathematischer Zusammenhänge durch einen gewinnbringenden Einsatz der 3D-Druck Technologie. So werden zur Unterstützung im Lernprozess 3D-Modelle eingesetzt, die die Schülerinnen hinsichtlich der fraglichen Zusammenhänge im Kontext der Problemlösung erkunden können.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der Einsatz der 3D-Drucktechnologie ermöglicht es im Rahmen des Unterrichtsvorschlags an die individuellen Bedürfnisse der Lerngruppe angepasste empirische Objekte zu entwickeln und den Schülerinnen und Schülern zur Verfügung zu stellen. Dies zeigt sich in diesem Fall besonders darin, dass in den Objekten ausgewählte Kanten und Linien im Modell aufgegriffen wurden, durch die sich die zur Problemlösung sinnvoll nutzbaren Linien als haptische Kanten im Modell wiederfinden lassen. Die Modelle sind dahingehend didaktisch reduziert und hinsichtlich möglicher Lösungen der Problemstellung vorstrukturiert. In dieser individuellen Gestaltung von Arbeitsmitteln liegen wichtige Potenziale, die zur Unterrichtsgestaltung gewinnbringend eingesetzt werden können. Einerseits kann über den Grad der Vorstrukturierung entschieden werden. So wäre auch denkbar weitere Linien und Verbindungen im Modell aufzunehmen, sodass hier weitere Beziehungen von Linien und Kanten im Modell durch die Schülerinnen und Schüler in Betracht gezogen werden können und die dadurch entstehenden Diskussionen und Begründungen möglicherweise vertiefen können. Die eigene Entwicklung eines geeigneten Modells, zur Erklärung der erarbeiteten Ergebnisse ist denkbar und ermöglicht ein hohes Maß an Schülerorientierung im Unterricht.

Der Satz des Pythagoras in Körpern - Kantenmodelle aus dem 3D-Drucker

Indiana Jones und die Pyramiden von Anubis – Rechtwinklige Dreiecke im Kantenmodell einer Pyramide erkennen und gezielt nutzen (Jahrgangsstufe 9)

Einbindung in die Reihe

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können rechtwinklige Dreiecke in Pyramiden erkennen und den Satz des Pythagoras zur Ermittlung fehlender Längen anwenden.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler können heuristische Strategien nutzen, indem sie das Problem der fehlenden Längen der Pyramide auf ein bekanntes Problem, welches mit dem Satz des Pythagoras gelöst werden kann, zurückführen.

Die Schülerinnen und Schüler führen Lösungs- und Kontrollverfahren sicher und effizient durch, indem sie den Satz des Pythagoras auf die rechtwinkligen Dreiecke innerhalb des Kantenmodells der Pyramide anwenden und die Rechnung durchführen.

Die Schülerinnen und Schüler verbalisieren eigene Denkprozesse und beschreiben eigene Lösungswege, indem sie in der Präsentationsphase darstellen, wie sie die fehlenden Längenangaben der Pyramide ermittelt haben.

Die Schülerinnen und Schüler benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese auf andere Problemstellungen, indem sie ihr Vorgehen zur Problemlösung abstrahieren und ein allgemeines Vorgehen zur Problemlösung in ähnlichen Fällen entwickeln.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Zur Festigung und Vertiefung der Vorgänge in der Stunde lösen die SuS als Hausaufgabe Aufgaben, in welcher das entwickelte allgemeine Vorgehen zur Problemlösung an einfacheren Aufgaben angewandt werden kann.

Sequenz	Thema
1-2	$a^2+b^2 = c^2$ - immer? Entdecken des Satzes des Pythagoras
3	Pythagoras, hilf! – Üben des Satzes des Pythagoras im Setting eines Exit-Games
4-5	Indiana Jones und die Pyramiden von Anubis – Rechtwinklige Dreiecke im Kantenmodell einer Pyramide erkennen und gezielt nutzen
6	Ägypten ist nicht genug! – Rechtwinklige Dreiecke in Pyramiden und Kegeln erkennen und gezielt nutzen im Rahmen einer Aufgaben-Schnitzeljagd durch Großstädte
7-8	Übung macht den Meister! – Selbstdifferenziertes Üben der Reiheninhalte

Indiana Jones und die Pyramiden von Anubis – Rechtwinklige Dreiecke im Kantenmodell einer Pyramide erkennen und gezielt nutzen

Jahrgangsstufe 9

Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- 3D-Modelle

Unterrichtsverlaufsplan 1x90 Min (2x45 Min)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
3 Min	Ankommen im Anwendungskontext	Die SuS finden sich in den Anwendungskontext ein, indem ihr Wissen zu Indiana Jones reaktiviert wird.	Der Anwendungskontext lebt von der Figur des „Indiana Jones“. Da diese jedoch (nicht mehr) allen SuS ein Begriff ist, wird kurz rekapituliert, wer diese Figur ist.	Plenum, Unterrichtsgespräch
4 Min	Ankommen im Problemkontext	Die SuS kommen im Problemkontext an, indem sie sich mit der Problemstellung vertraut machen. Der erste Teil des Arbeitsblatts wird gemeinsam gelesen.	Eventuelle Verständnisfragen zum Problemsetting können so direkt geklärt werden.	Plenum, Unterrichtsgespräch, Beamer
38 Min	Erarbeitung	SuS bearbeiten in zufällig zusammengestellten Vierergruppen das AB „Indiana Jones und die Pyramiden von Anubis“. Die SuS bereiten sich darauf vor, ihre Ergebnisse in der Klasse zu präsentieren.	Eine zufällige Zusammenstellung der Gruppen ermöglicht eine bessere Durchmischung insbesondere im Hinblick auf den Leistungsstand. Das Kantenmodell dient als Hilfsmittel und Werkzeug, die aufgeworfenen Probleme zu bewältigen. Neben der Differenzierung durch die Gruppenarbeit dienen Hilfekarten zur weiteren Differenzierung. Daneben bietet die Zusatzaufgabe des ABs schnellen SuS eine anspruchsvolle, weitere Beschäftigung.	Gruppenarbeit, AB „Indiana Jones und die Pyramiden von Anubis“, evtl. Hilfekarten, Kantenmodell Pyramide

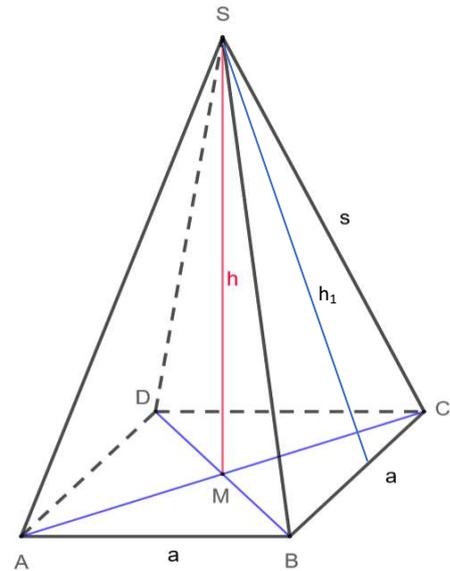
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Sicherung, Präsentation der Ergebnisse	SuS präsentieren die Ergebnisse aus den Gruppenarbeiten über den Beamer und moderieren die Sicherung selbst. Übrige SuS haben die Aufgabe, genau zuzuhören und ggf. zu kontrollieren.	Die Sicherung verläuft SuS-zentriert. Durch die Arbeit mit den Ergebnissen aus der Gruppenphase werden diese besonders gewürdigt. Die Problematik, dass eventuell falsche Lösungen vorgestellt werden, kann durch die Beobachtung durch die Lehrkraft in der Arbeitsphase verhindert werden. Sollten dennoch falsche Lösungen vorgestellt werden, können die übrigen SuS eingreifen, korrigieren und so auch auf eventuelle Problematiken bzw. Denkfehler in solchen Aufgaben vorbereitet werden.	Plenum, UG, Beamer, Kantenmodell Pyramide
10 Min	Sicherung II	Gemeinsames Erarbeiten der schwierigeren Zusatzaufgabe.	Die Verlagerung der anspruchsvolleren Aufgabe in die Plenumsphase stellt sicher, dass die Denkschritte von allen SuS mitverfolgt werden können und sofort Rückfragen gestellt werden können.	Plenum, UG, Beamer, Kantenmodell Pyramide
10 Min	Erarbeitung II	SuS erarbeiten auf Basis ihres Vorgehens in der Stunde ein allgemeines Vorgehen zur Problemlösung	Das Vorgehen wird nochmals reflektiert und kann so für folgende Stunden nutzbar gemacht werden.	Gruppenarbeit, Stifte, bunte Karten,
8 Min	Sicherung III	Die SuS bringen ihre Vorschläge zu nötigen Schritten an der Tafel an und bringen sie in eine sinnvolle Reihenfolge	Erneut eine hohe SuS-Aktivität und Arbeit mit SuS-Erzeugnissen, um eine Überformung durch die Lehrperson zu vermeiden.	Plenum, Meldekette, Tafel
2 Min	Stellen der Hausaufgaben	Die Hausaufgaben werden gestellt und evtl. Rückfragen geklärt		Schulbuch

Indiana Jones und die Pyramiden von Anubis

Der Archäologieprofessor Indiana Jones ist schon etwas in die Jahre gekommen. Daher möchte er sich nicht mehr so sehr in Gefahr begeben und bevor er zu einem neuen Abenteuer aufbricht, lässt er seinen Assistenten genügend Informationen einholen.

Henry sollte die Maße der Pyramiden von Anubis in Erfahrung bringen. Doch Henry hat einige Maße zu wenig gemessen. Jetzt sitzen die Beiden in den USA fest und können die fehlenden Größen nicht nachmessen.

Hilf Ihnen die fehlenden Maße der Pyramiden zu berechnen!



Aufgabe 1:

a) Pyramide 1 – Cleopatra Pyramide

Von dieser Pyramide hat Henry die **Seitenlänge a** ausgemessen. Sie beträgt 5 Meter. Außerdem hat er die Höhe einer Seitenfläche der Pyramide, **h_1** , ausgemessen. h_1 beträgt 6 Meter.



Hilf Ihnen, **h** zu berechnen!

b) Pyramide 2 – Nofretete Pyramide

Bei dieser Pyramide hat Henry die **Kantenlänge s** ausgemessen und erneut die **Höhe h_1** . Die Kantenlänge s beträgt 10,5 Meter, h_1 beträgt 9 Meter...



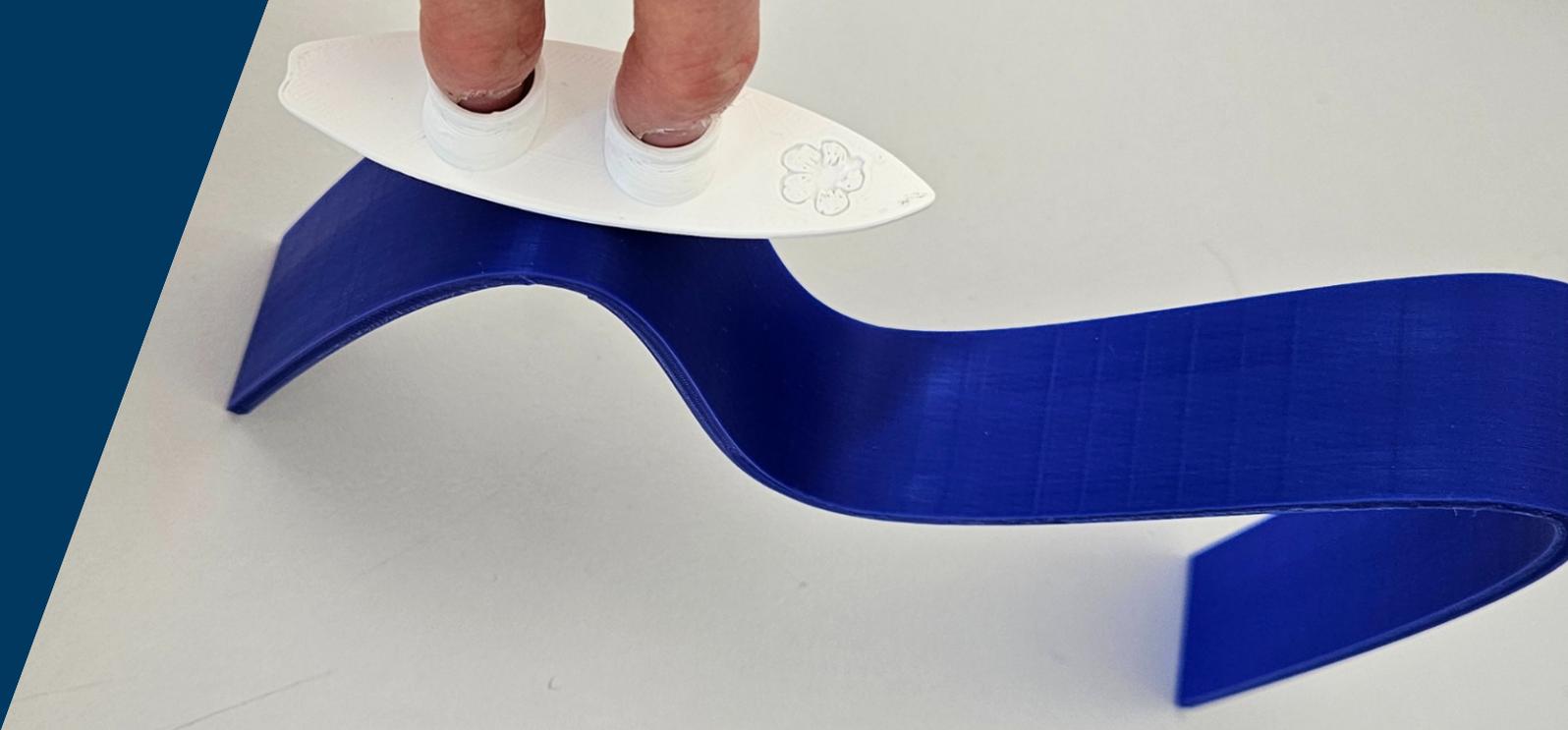
Hilf Ihnen, die **Länge der Seite a** zu berechnen!



Zusatz-Forscheraufgabe:

Henry gelingt es, alle Angaben nachträglich zu berechnen. „*Pythagoras, Pythagoras!*“, schimpft Indiana Jones. „*Du hattest nur Glück! Mit der **Kantenlänge s** und der **Höhe h** hättest du lange suchen können und doch nicht die fehlende **Seitenlänge a** berechnen können!*“

Hat Indiana Jones recht?



Den Verlauf von Funktionen durch den 3D-Druck erfahrbar machen

Und, wie laufen die Wellen? - Entdecken des Verfahrens zur Bestimmung lokaler Extrempunkte am Beispiel eines Wellenverlaufs.

Zur Konzeption

Im Unterrichtsvorschlag wird ein motivierendes und handlungsorientiertes Setting vorgeschlagen, bei dem das Monotonieverhalten eines Funktionsgraphen anhand eines vorbereiteten, 3D-gedruckten Modells handlungsorientiert untersucht werden kann. Dabei wird in einem motivierenden Setting des Wellenreitens auf dem Meer mit Hilfe vorbereiteter 3D-gedruckter Arbeitsmittel Steigungen und Wendepunkte durch die Finger der Schülerinnen und Schüler erfahrbar gemacht. Dazu wird zu dem empirischen Modell der Kurve (also der Welle im Sinne der konzeptuellen Einbindung) ein Surfbrett angeboten, mit dem die Schülerinnen und Schüler mit zwei Fingern über die Welle „surfen“ können. Dabei können sie die Neigung sowie die Veränderungen der Neigung des Surfbretts im Bezug zu dessen Position auf der Kurve untersuchen und gezielt wahrnehmen. So werden Analogien zwischen einem Funktionsgraphen und einer physikalischen Welle (hier also der „Wasserwelle“) aus der Vorstellungsebene in die empirische Ebene überführt und dort unmittelbar erfahrbar gemacht. Darüber hinaus können enge Verbindungen zwischen der Idee der Ableitung als Tangentensteigung an einem ausgewählten Punkt am Funktionsgraphen und dem zur Verfügung gestellten Arbeitsmaterial hergestellt werden. Das kann eine wichtige Verstehensgrundlage für die formalsprachliche Beschreibung und die damit verbundene Möglichkeiten zur Beantwortung mathematischer Fragestellungen im Rahmen einer Kurvendiskussion ermöglichen.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Das Verstehen von Funktionsvorschriften, Ableitungen sowie weiteren zentrale Begriffen der Kurvendiskussion stellt zahlreiche Schülerinnen und Schüler vor hohe Herausforderung im Verstehensprozess. Eine Möglichkeit Verstehensschwierigkeiten an der Schnittstelle zwischen formalen mathematischen Beschreibungen und deren Bedeutung innerhalb der Mathematik oder in der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler zu begegnen, ist die Arbeit mit empirischen Objekten, an denen mathematische Zusammenhänge erkundet werden können. Der vorgeschlagene Unterrichtsentwurf greift eine solche Verbindung auf motivierende Art und Weise auf und bearbeitet damit auf schülergerechte Weise einen Inhaltsbereich des Mathematikunterrichts, dessen mathematische Zusammenhänge für Schülerinnen und Schüler häufig vage bleiben. Die 3D-Druck Technologie wird hier zur Entwicklung von Arbeits- und Anschauungsmitteln durch die Lehrperson eingesetzt und ermöglicht den Einsatz von Arbeits- und Anschauungsmitteln, die den individuellen Anforderungen des eigenen Mathematikunterrichts entsprechen. Kreative und motivierende Ideen für den Mathematikunterricht können so auf vielfältige Weise umgesetzt werden, ohne auf die Verfügbarkeit didaktischer Materialien angewiesen zu sein. Dadurch ergeben sich zahlreiche Chancen für das Mathematiklernen in der Schule.

Den Verlauf von Funktionen durch den 3D-Druck erfahrbar machen

Und, wie laufen die Wellen? - Entdecken des Verfahrens zur Bestimmung lokaler Extrempunkte am Beispiel eines Wellenverlaufs. (Jahrgangsstufe EF)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können ein Verfahren zur rechnerischen Bestimmung lokaler Extrema darlegen.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler übersetzen komplexe Situationen in mathematische Modelle, indem sie die vorgestellte Skizze eines Wellenverlaufs durch eine Funktion beschreiben möchten, um diese näher zu untersuchen.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen mathematische Hilfsmittel zum Berechnen und Darstellen, indem sie durch das Anlegen eines modellierten Surfbretts an den 3D gedruckten Wellenverlauf das Monotonieverhalten der gegebenen Funktion untersuchen.

Die Schülerinnen und Schüler wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus, indem sie die Tangentensteigung mit der Ableitungsfunktion verknüpfen und die Zusammenhänge zur Ausgangsfunktion nutzen, um ein Verfahren zur Berechnung der lokalen Extremstellen zu erstellen.

Die Schülerinnen und Schüler formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege, indem sie ihre Ideen zu einem Verfahren zur Berechnung lokaler Extrema vorstellen.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Durchführung der Berechnung der lokalen Extrempunkte der Funktion, sowie eine Recherche zu den Begriffen „notwendig“ und „hinreichend“ sollen die Schülerinnen und Schüler auf den Inhalt der nächsten Stunde vorbereiten.

Sequenz	Thema
1	„Ich denke mir eine Funktion, und die...“ – Spielerisches Entdecken der charakteristischen Punkte einer Funktion
2-3	1. Teil: Do you remember...? Wiederholung der Inhalte der letzten Reihe mit Hilfe einer MindMap 2. Teil: Das Auf und Ab an der Börse – Entdecken des Monotonieverhaltens am Beispiel eines Börsenverlaufs
4	Ich will es genau wissen! - Einführung des Monotoniekriteriums am Beispiel eines Börsenverlaufs
5-6	1. Teil: Lieber nicht zu monoton! – Einübung des Monotoniekriteriums im Rahmen einer selbstdifferenzierenden Übungsstunde mit anwendungsorientierten Aufgaben 2. Teil: Und, wie laufen die Wellen? – Entdecken des Verfahrens zur Bestimmung lokaler Extrempunkte am Beispiel eines Wellenverlaufs
7	Sie sind da – aber wo? Einübung des Verfahrens zur Bestimmung lokaler Extrempunkte an innermathematischen Aufgaben
8-9	1. Teil: Funktionen überall! – Übung des Verfahrens zur Bestimmung lokaler Extrempunkte an anwendungsorientierten Aufgaben 2. Teil: Im Alltag zu gebrauchen! – Reflexion der Reiheninhalte in Bezug auf Anwendungsgauglichkeit durch das Erstellen von Methoden-Karten mit beispielhaften Anwendungsmöglichkeiten

Und, wie laufen die Wellen? - Entdecken des Verfahrens zur Bestimmung lokaler Extrempunkte am Beispiel eines Wellenverlaufs.

Jahrgangsstufe EF

Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- 3D-Modelle

Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
2 Min	Einstieg	<p>LP befragt die SuS nach ihren Ferien und eventuellen Urlauben.</p> <p>LP erzählt von ihrem eigenen Bekannten, welcher zum Surfen an die Nordsee fährt. Auf die Nachfrage, wie die Wellen verlaufen, hat dieser eine Skizze erstellt und die Frage zurückgegeben.</p>	<p>Die SuS werden in einem Alltagskontext abgeholt, Interesse für das kommende bzw. die Relevanz dieser Frage wird geweckt.</p> <p>Ein positives Arbeitsklima wird gefördert</p>	KU, LB Fernseher
3 Min	Problemhinführung	<p>LP zeigt die Skizze ihres Bekannten.</p> <p>SuS überlegen mittels der gezeigten Skizze, wie die Welle untersucht werden kann.</p> <p>Annäherung durch bzw. Überführung in einen Funktionsgraphen wird durch SuS vorgeschlagen.</p>	<p>Anwendungsorientiertes Aufgabensetting</p> <p>Es erfolgt eine Kognitive Aktivierung der SuS : Eigenständiges Erkennen des nächsten Schrittes zur Problemlösung</p> <p>Falls die SuS nicht selbstständig auf die Idee der Annäherung kommen, kann LP schrittweise Hinführung leisten (Einblendung des Koordinatengitters, Einblendung der Achsen)</p> <p>Das Stundenziel, das Beschreiben des Wellenverlaufs, wird von Beginn an transparent gehalten</p>	KU, UG Fernseher
2 Min	Darstellung des Arbeitsauftrags	<p>SuS lesen sich das AB durch und stellen eventuelle Rückfragen.</p> <p>SuS erhalten das Anschauungsmaterial</p>	<p>Eventuelle Verständnisfragen können direkt geklärt werden, ohne dass jede Gruppe in der Arbeitsphase die gleichen Fragen darlegt.</p>	KU

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kom- mentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
16 Min	Erarbeitung I	<p>SuS bearbeiten das AB „Wellenreiten extrem“</p> <p>Und untersuchen zunächst die Monotonie grafisch mit Hilfe der Tangente (Surfbrett).</p> <p>Anschließend erschließen sie den Zusammenhang zwischen Tangentensteigung, Ableitungsfunktion und Ausgangsfunktion, um ein Verfahren zur Verortung der Extrema und ihrer Art zu entwickeln.</p> <p>Diese Ideen werden auf Karten festgehalten.</p>	<p>Durch das Modell der Funktion wird ein enaktiver Zugang zur Funktion (EIS-Prinzip) gewährleistet</p> <p>Das Bestimmen des Monotonieverhaltens ist Basis für Aufgabe 2, jedoch auch um die SuS zuerst eine Aufgabe lösen zu lassen, die sie sicher bewältigen können.</p> <p>-> Schrittweise Progression, Aufrechterhalten der Motivation</p> <p>Die Differenzierung ist bereits in der Gruppenarbeit angelegt und wird durch die Hilfekarten (bzw. Zuteilung dieser) verstärkt</p> <p>-> Diese werden nach Bedarf von den SuS selbst genutzt oder von der LP zugeteilt, wenn Bedarf erkannt wird.</p> <p>Sie liegen zugeklebt in Reichweite der SuS, womit eine Hürde zur Nutzung besteht, jedoch eine nicht allzu hohe.</p>	<p>AaM, GA, AB „Wellenreiten extrem“, evtl. Hilfekarten, 3D-Modelle</p>
12 Min	Sicherung	<p>Aufgabe 1 wird im Plenum verglichen</p> <p>Die Karten aus Aufgabe 2 werden angebracht als Ideen-Speicher. Die Lösungen werden bewertet, geclustert und anschließend besprochen.</p>	<p>Es herrscht eine hohe SuS-Aktivität, da insbesondere in der Oberstufe ein hohes Maß an Selbstständigkeit gefordert werden sollte</p> <p>- Alle Lösungen/Denkansätze zu Aufgabe 2 werden durch das Anbringen der Karten gewürdigt</p> <p>-> Problematik der „falschen“ Denkansätze muss durch LP gelöst werden, indem diese zur Diskussion gestellt und korrigiert werden, ohne dass die Arbeit der entsprechenden Gruppe herabgewürdigt wird. Generell gilt jedoch auch hier das Prinzip einer positiven Fehlerkultur, wobei Fehler (eigene und anderer) einen Lernanlass bieten</p>	<p>KU, Tafel, Bunte Karten</p>

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kom- mentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
9 Min	Erarbeitung II	Lückentext wird ausge- geben und von den SuS ergänzt.	Ergänzung eines Lückentexts statt eines vorgefertigten Textes, da die SuS sich so den Hefteintrag selbst- ständig erarbeiten und weiterhin zum „Mitdenken“ angehalten sind. -> Notwendigkeit eines einheitli- chen Textes dadurch gegeben, dass auf Algorithmus zur Berechnung fehlerfrei und klar zurückgegriffen werden muss	AB Lückentext, AaM EA
1 Min	Stellen der Hausaufgabe			

Abkürzungen:

KU: Klassenunterricht

LB: Lehrer:innenbeitrag

UG: Unterrichtsgespräch

AaM: Arbeiten am Material

EA: Einzelarbeit

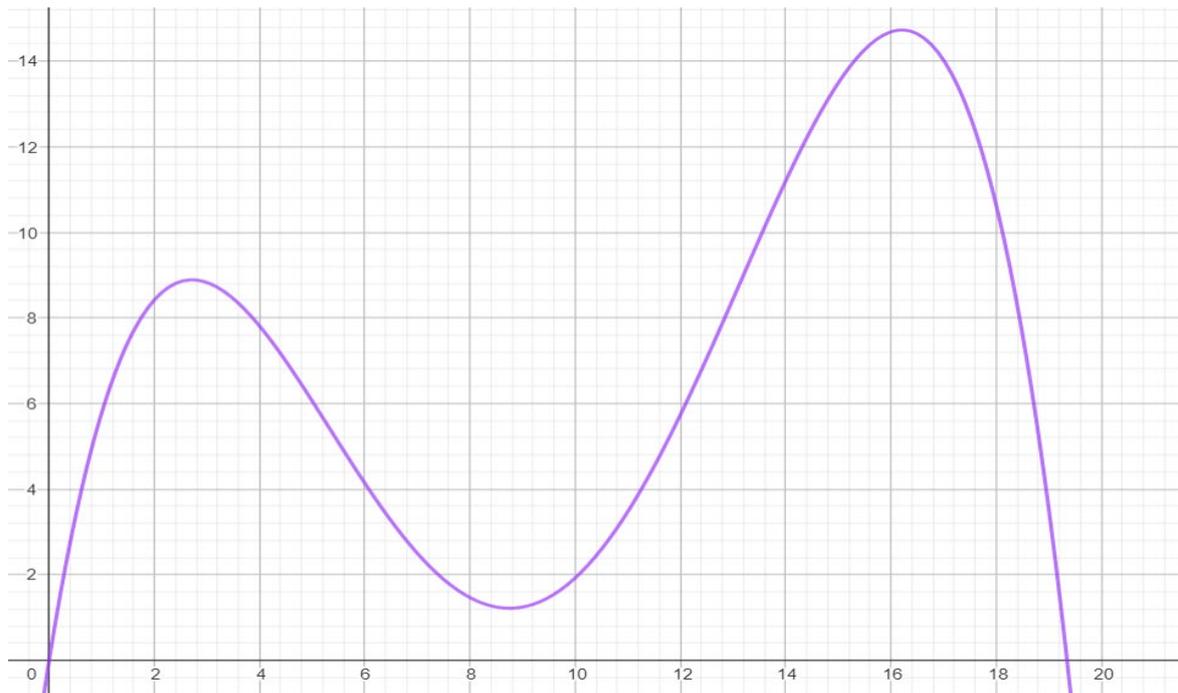
GA: Gruppenarbeit

Wellenreiten extrem 

Marvin hat den letzten Wellenverlauf aufgezeichnet. Er kann durch die Funktion

$$f(x) = -0.005x^4 + 0,1845x^3 - 2,09625x^2 + 7,70547x$$

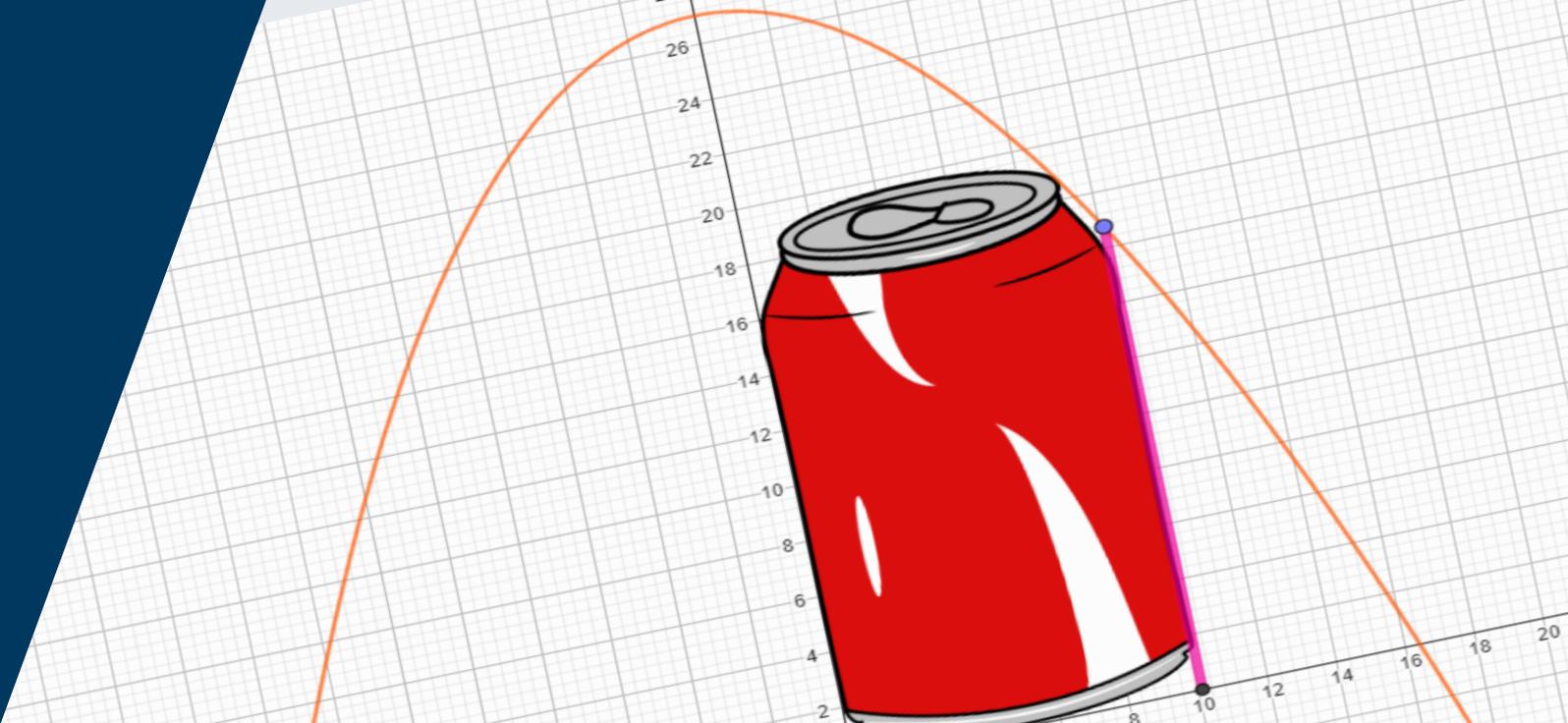
($x \in \mathbb{R}$ für $0 < x < 19$, wobei $f(x)$ die Höhe der Welle in Meter und x die Zeit in Sekunden angibt) angenähert werden.

**Aufgabe 1:**

- Untersucht das Monotonieverhalten der Funktion grafisch. Überprüft eure Ergebnisse mit den bereitgestellten 3D-Druck-Materialien.
- Überlegt gemeinsam, welche Informationen benötigt werden, um einen Extrempunkt zu beschreiben. Entwickelt gemeinsam ein Verfahren, mit dem ihr schrittweise diese Informationen rechnerisch bestimmen könnt.

Notiert eure Ideen auf den bunten Karten. Nutzt für jeden Schritt eine Karte.





Extremwertprobleme mit Objekten aus dem 3D-Drucker

Optimierung der verwendeten Ressourcen – Betrachtung eines Extremwertproblems anhand des realen Kontexts einer 330 ml Cola Dose.

Zur Konzeption

Der Unterrichtsentwurf zeigt, wie der wohl dosierte Einsatz innovativer Technologien im Mathematikunterricht eingesetzt werden kann, um bestehende und bewährte Unterrichtskonzeptionen gezielt zu erweitern und Lerngelegenheiten zu intensivieren. Im vorgeschlagenen Setting wird der spannende Bereich der Optimierung aufgegriffen und im Kontext der Getränkedose mathematisch untersucht. Im Zentrum steht die Fragestellung bei welchem Verhältnis von Höhe und Grundfläche des Zylinders (Getränkedose) das größt mögliche Fassungsvermögen (Volumen) bei möglichst kleiner Mantelfläche erreicht wird. Diese Fragestellung ist nicht nur aus mathematischer Sicht interessant. Auch hinsichtlich betriebswirtschaftlicher Fragestellungen sowie brandaktuellen Fragestellungen der Nachhaltigkeit, lässt sich ihre Bedeutsamkeit für die Schülerinnen und Schüler leicht darstellen und so eine gute Grundlage zu einer motivierten Auseinandersetzung mit der Problemstellung herstellen. Der Einsatz der 3D-Druck Technologie ermöglicht hier die Bereitstellung von Objekten, die flexibel an die Problemstellung angepasst werden können. So können Höhe und Durchmesser der Grundflächen von Zylindern so gewählt werden, dass sich eine problemhaltige Situation ergibt. Gleichzeitig können diese Objekte herangezogen werden, um sie hinsichtlich der Problemstellung zu untersuchen, zu beschreiben und für Begründungen heranzuziehen. Die im Unterrichtsentwurf angeregte Verbindung zur Volumenbestimmung durch das Aufüllen und Messen mit Sand oder Wasser zeigt eindrücklich, dass sich der Einsatz der 3D-Druck Technologie als produktive Ergänzung bekannter und bewährter Konzepte im Mathematikunterricht integrieren lässt.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Denkbar wäre auch, die vorliegende Stunde hinsichtlich der Bearbeitungswege zu öffnen und mit Hilfe von CAD-Programmen die Konstruktion einer entsprechend optimierten Getränkedose in das Zentrum der Unterrichtsstunde zu stellen. Voraussetzung dazu ist, dass die Grundzüge im Umgang mit CAD-Programmen beherrscht werden oder deren Kennenlernen in die Unterrichtsplanung integriert werden. Unter Nutzung eines direkten Modellierungsprogramms könnten unterschiedliche virtuelle 3D-Modelle entwickelt und bemaßt werden. Direkte Modellierungsprogramme sind leicht zu erlernen und bieten einen unkomplizierten Zugang zur Entwicklung eigener 3D-Modelle. Der Vorteil einer virtuellen Modellierung liegt im Rahmen der hier als Alternative skizzierten Schwerpunktverschiebung darin, dass zahlreiche Modelle entwickelt werden können oder an einem bestehenden Objekte zielgerichtet Veränderungen vorgenommen werden können. Die Bemaßungen werden dann unmittelbar im Programm vorgenommen und sind darüberhinaus präzise, sodass Messfehler vermieden werden und der Messvorgang weniger Zeit in Anspruch nimmt. So besteht die Möglichkeit, die Schülerhandlungen am mathematischen Problem zu intensivieren bzw. eine größere Menge zu untersuchender Objekte zu erhalten, um sich der Problemlösung zu nähern.

Extremwertprobleme mit Objekten aus dem 3D-Drucker

Optimierung der verwendeten Ressourcen – Betrachtung eines Extremwertproblems anhand des realen Kontexts einer 330 ml Cola Dose. (Jahrgangsstufe Q1)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler nutzen ihr vorhandenes Wissen über Extrempunkte, um ein Extremalproblem anhand des realen Kontexts einer Cola Dose durch Kombination mit Nebenbedingung auf eine Funktion mit einer Variablen zurückzuführen und zu lösen.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler erfassen die Problemstellung im Allgemeinen, indem sie Gemeinsamkeiten der zu Stundenbeginn gezeigten Objekte (Zylinder, Volumen) benennen und messen sowie eine Problemfrage selbstständig durch Verknüpfung zur letzten Unterrichtsstunde entwickeln.

Die Schülerinnen und Schüler verwenden notwendige Kriterien sowie weitere Kriterien zur Bestimmung von Extrempunkten, indem sie die minimale Oberfläche einer 330 mL Cola Dose berechnen.

Die Schülerinnen und Schüler verbessern ihre Kommunikationsfähigkeit, indem sie die Rechenoperationen in der Gruppenarbeit diskutieren, sowie die Lösung des Problems in der Ergebnissicherung präsentieren und anschließend ihr Vorgehen reflektieren.

Die Schülerinnen und Schüler vergleichen die berechneten, optimalen Werte mit den tatsächlichen Werten Maße einer 330 mL Cola Dose, indem sie am konkreten Objekt Messungen vornehmen und Gründe, sowie Vor- und Nachteile für den Unterschied herausarbeiten.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten im Schulbuch Aufgaben als Übung für die zeitnahe Klausur. Ansonsten gibt es keine Hausaufgaben.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Entwicklung einer Formel der Produktregel durch den Vergleich der Potenzregel mit den Ableitungen von Produkten.
2	Entwicklung einer Formel der Kettenregel durch die Aufspaltung einer Verkettung in Produkte und anschließendes Differenzieren durch die Produktregel.
3	Die fiktive Stadt Mathematica – Anwendungsaufgabe zur Kettenregel mit besonderem Fokus auf die Randwertbetrachtung.
4	Höhenunterschiede bei einer Alpenüberquerung – Anwendungsaufgabe zur Produktregel mit besonderer Betrachtung des Kontexts und der Berechnung von Nullstellen.
5	Ideale Größe eines Fußballfeldes – Bau des Olympiastadions in Tokio mit einem maximalen, großen Fußballfeld innerhalb einer 400m langen Laufbahn.
6	Optimierung der verwendeten Ressourcen – Betrachtung eines Extremwertproblems anhand des realen Kontexts einer 330 ml Cola Dose.
7	Extremalaufgaben im Blickpunkt – Verschiedene Kontexte, doch gleiches Vorgehen in der Bestimmung der Zielfunktion
8	Klausur

Optimierung der verwendeten Ressourcen – Betrachtung eines Extremwertproblems anhand des realen Kontexts einer 330 ml Cola Dose.

Jahrgangsstufe Q1

Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- Geometrische Körper
- iPads + iPad Stifte

Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
2 Min	Begrüßung	Der Lehrer begrüßt die SuS und erklärt die Unterrichtssituation.	Die Begrüßung soll die SuS mit der Situation der heutigen Unterrichtsstunde vertraut machen.	LV
15 Min	Einstieg/ Motivation	<p>Der Lehrer zeigt den SuS drei Objekte, die mit dem 3D-Drucker hergestellt wurden. Die SuS benennen die Objekte als Zylinder und vermuten, dass entweder die Oberfläche oder das Volumen der Zylinder gleich groß ist, da sie sich die Erkenntnisse der letzten Stunde in Erinnerung rufen. Dazu führen die SuS kleine Messungen mit Geodreieck/Lineal für die Oberfläche und Wasser bzw. Sand für das Volumen durch.</p> <p>Im anschließenden UG wird gemeinsam der Bezug zu realen Objekten in Zylinderform hergestellt und die Forschungsfrage entwickelt und an der Tafel festgehalten. Anschließend wird das Vorgehen in der folgenden Arbeitsphase erläutert, indem man das Vorgehen zur Lösung von Extremalaufgaben auf das aktuelle Problem überträgt. Die SuS werden nun in vorgegebene Gruppen eingeteilt und versuchen eine Antwort auf die Forschungsfrage zu finden.</p>	<p>Die Aufmerksamkeit der SuS soll durch das Zeigen der Zylinder auf das Problem gelenkt werden. Durch die kurze Messung der Zylinder (Oberfläche und Volumen) wird eine Vernetzung zu den Ergebnissen der letzten Stunde hergestellt und die Messung an den Zylindern fördert eine enaktive Auseinandersetzung mit den konkreten Objekten.</p> <p>Durch die eigenständige Entwicklung der Forschungsfrage und die Messung an den Zylindern soll zusätzlich die Motivation der SuS gefördert werden. Durch das Anschreiben der Forschungsfrage soll den SuS das Ziel in der Unterrichtsstunde vergegenwärtigt werden und mit der Erinnerung an das Vorgehen der letzten Stunde wird außerdem das Vorwissen der SuS aktiviert werden.</p>	UG, Beamer

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
15 Min	Erarbeitungsphase	Die SuS erarbeiten in Gruppenarbeit die Maße für eine ideale Cola Dose mit einem Fassungsvermögen von 330 ml, indem sie die das bekannte Verfahren zur Lösung von Extremalaufgaben anwenden. Zur Unterstützung stehen ihnen Umschläge mit Tippkarten zur Verfügung. Gruppen, die schneller fertig sind, können sich bereits mit der Ausmessung der Cola Dosen beschäftigen.	Als Sozialform wird die Gruppenarbeit gewählt, da es sich um eine heterogene Lerngruppe handelt und so leistungsschwächere SuS von leistungsstärkeren SuS profitieren. Außerdem wird so die Schüler-Schüler-Kommunikation, sowie die Selbstständigkeit und Selbsttätigkeit gefördert, da sich der Lehrer im Hintergrund befindet und die Lernenden lediglich in ihrem Lernfortschritt begleitet. Als zusätzliche Differenzierungsmaßnahme dienen zusätzlich Umschläge mit Tippkarten zur Förderung des eigenständigen Arbeitens.	GA, Beamer, Tippkarten
5 Min	Ergebnissicherung	Die Lösung des Problems wird an der Tafel durch den Lehrer oder über den Beamer mittels Dokumentenkamera durch eine Gruppe repräsentativ festgehalten und das Vorgehen zur Lösung von Extremalaufgaben reflektiert.	Die SuS fördern ihre Kommunikations- und Präsentationsfähigkeit durch die Vorstellung und Diskussion der Ergebnisse. Je nach vergangener Zeit und Beobachtung der Gruppenarbeit wird die Präsentation mittels Tafel oder Dokumentenkamera stattfinden.	UG; Beamer, Tafel, Dokumentenkamera
6 Min	Vertiefung	Die SuS vergleichen die berechneten, minimalen Werte der 330 ml Cola Dose mit den tatsächlichen Werten dieser Dose, indem sie eine Dose vermessen und sich Gründe, sowie Vor- und Nachteile für das tatsächliche Aussehen der Cola Dose überlegen. Dazu holen sie sich ein AB und Cola Dosen vom Pult. Zerlegung zu einem Rechteck. (Ikonische Ebene)	Durch das Vermessen der Cola Dosen wird der reale Bezug noch einmal verstärkt und das Handeln am konkreten Objekt im Sinne des EIS-Prinzips in den Vordergrund gestellt. Durch die Überlegung der Gründe wird der Kontext vertieft und durch die Überlegung von Vor- und Nachteilen die Argumentationsfähigkeit verbessert.	EA, AB, Cola Dose
2 Min	Verabschiedung	Zum Ende der Unterrichtsstunde wird den SuS die Hausaufgabe mitgeteilt und sie können sich eine Cola Dose mit nach Hause nehmen.	Das Ende der Stunde soll die SuS mit einem guten Gefühl aus dem anstrengenden Tag entlassen.	UG, Cola Dose

Tippkarte 1:

Zielgröße beschreiben

Woraus setzt sich die Oberfläche eines
Zylinders zusammen?

Oberfläche = $2 \cdot$ Grundfläche +
Mantelfläche

$$O(r, h) = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Tippkarte 2: Nebenbedingung formulieren

Welche zusätzliche Information könnt ihr
benutzen?

Volumen = Grundfläche · Höhe

$$V(r, h) = \pi \cdot r^2 \cdot h = 330$$

Tippkarte 3:

Zielfunktion bestimmen

Nebenbedingung nach Variable h auflösen

$$h = \frac{330}{\pi \cdot r^2}$$

Zielfunktion durch Einsetzen der Variablen
 h in $O(r, h)$ bestimmen

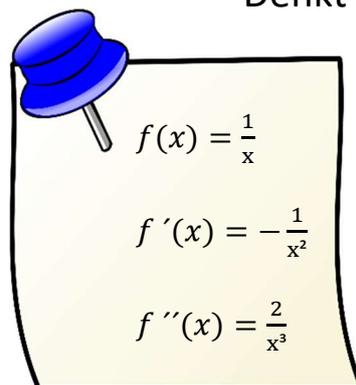
$$O(r) = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + \frac{660}{r}$$

Tippkarte 4:

Extremwerte berechnen

Minimale Oberfläche berechnen.

Denkt an die Potenzgesetze!



$$O(r) = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + \frac{660}{r}$$

$$O'(r) = 4 \cdot \pi \cdot r - \frac{660}{r^2}$$

$$O''(r) = 4 \cdot \pi + \frac{1320}{r^3}$$

3

Unterrichtsskizzen für die Sekundarstufen

Städtisches Gymnasium Kreuztal

Schwerpunktthema: Der 3D-Druck im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II

Sehr geehrte Damen und Herren,

das Städtische Gymnasium Kreuztal freut sich über die Teilnahme im Projekt DigiMath4Edu in Kooperation mit der Universität Siegen und regionalen Firmen aus der Industrie.

Die Einbindung und sinnstiftende Nutzung von neuen Medien zur Digitalisierung des Unterrichts und die Kooperation mit außerschulischen Partnern sind wesentliche Arbeitsbereiche der Schulentwicklung. Mit einem starken Partner an der Seite können dort in kurzer Zeit jedoch große Fortschritte erzielt werden. Mit Genehmigung des Schulträgers haben die Unterstützer des DigiMath4Edu Projektes einen enormen Beitrag zur Digitalausstattung des Städtischen Gymnasiums Kreuztals geleistet. Neben drei 3D-Druckern, acht Virtual Reality-Brillen und vier Lego-Robotik Sets hat das Städtische Gymnasium Kreuztal während des Projektjahres von dem Know-How der geschulten Unterrichtsassistentinnen und -assistenten der Universität Siegen profitieren können. Die Kolleginnen und Kollegen wurden in Mikrofortbildungen und auch an Fortbildungstagen direkt an der Universität Siegen intensiv im Umgang mit den neuen Medien geschult. Dadurch haben sich in der Fachschaft Synergieeffekte ergeben, von denen das Städtische Gymnasium Kreuztal noch weit über die Dauer des Projektes hinaus profitieren wird. Somit konnte der bereits starke MINT-Bereich an unserer Schule weiterentwickelt werden.

Die projektartige Kooperation eines Leistungskurses Mathematik mit der Firma Heinrich GEORG GmbH Maschinenfabrik aus Kreuztal, die die Arbeit an einem realen und authentischen Problem beinhaltete, eröffnete den Schülerinnen und Schülern einen echten Einblick in Probleme, die es in der Industrie zu lösen gilt.

Das Projekt DigiMath4Edu hat es geschafft, eine enge Verzahnung der drei sonst isolierten Bereiche Schule, Universität und Industrie herzustellen. Das Städtische Gymnasium Kreuztal hätte sich noch weitere Projektzeit gewünscht, ist aber auch sehr dankbar für die intensive Zusammenarbeit.

Herzlichst
Sebastian Hatzfeld

Das Digitallabor

Das Städtische Gymnasium Kreuztal befindet sich in unmittelbarer Nähe des Stadtkerns von Kreuztal, angrenzend an die Stadthalle und die Gesamtschule. Nach Betreten des Gebäudes befindet sich das Digitallabor des Projektes „DigiMath4Edu“ hinter den Räumen des Lehrkräftezimmers, sodass der Kontakt zu den Lehrerinnen und Lehrern immer gegeben ist. Da der Raum zuvor als Bibliothek und individueller Lehr-/ Lernraum genutzt wurde, musste die schon vorhandene Ausstattung lediglich durch die Digitalen Medien ergänzt werden. Neben fünf Amazon Echodots (Alexa) wurden ebenfalls Lego-Roboter (Spike-Prime) angeschafft, die nun jederzeit effizient im Unterricht genutzt werden können. Die Einzelteile der Roboter befinden sich sortiert in gelben Kisten, sodass diese im Unterricht strukturiert zusammgebaut werden können. Zudem sind auch die acht VR-Brillen der Marke Meta (Oculus Quest 2) in ständigem Einsatz, sodass Platz für Ladekapazitäten geschaffen wurde. Außerdem wurden zwei große Tische bereitgestellt, auf denen sowohl der Computer für tägliche Arbeiten, als auch die viel gebrauchten 3D Drucker platziert wurden. Von den 3D Druckern der Marke Pursa (i3MK) kann das Städtische Gymnasium Kreuztal 3 Stück vor Ort verwenden. Während der Öffnungszeiten befinden sich diese daher oft in Druckprozessen. Die dabei entstandenen 3D Modelle werden häufig auch im Digitallabor ausgestellt, sodass jederzeit darauf zurückgegriffen werden kann.

Vor dem Digitallabor befindet sich ein weiterer Raum, der für Besprechungen mit den Lehrkräften oder Mini-Workshops genutzt wird.



Raumgeometrie interaktiv erleben – Mit VR und GeoGebra in die Analytische Geometrie eintauchen

Punkte im Raum – Eine Erkundung mit VR-Brille zur Unterstützung der Orientierung im Raum sowie der Darstellung von Punkten im dreidimensionalen Koordinatensystem.

Zur Konzeption

An dieser Stelle präsentiert der vorliegende Band einen Unterrichtsentwurf, der den Einsatz von Virtual Reality (VR) und GeoGebra zur Erkundung analytischer Geometrie in der gymnasialen Oberstufe vorstellt. Der Kurs ist speziell darauf ausgerichtet, Lernende durch den Einsatz moderner Technologie aktiv in den Lernprozess einzubinden, ihre räumliche Vorstellungskraft zu fördern und ein tiefes Verständnis für die analytische Geometrie zu entwickeln. Von der ersten Einführung in die Bedienung von GeoGebra 3D und VR-Brillen bis hin zur komplexen Erkundung von Punkten und Vektoren im Raum bietet der beschriebene Lehrgang den Schülerinnen und Schülern eine spannende Gelegenheit, Geometrie in einem interaktiven und realitätsnahen Kontext zu erleben. Besonders innovativ ist die Nutzung von VR-Brillen zur Visualisierung und Analyse dreidimensionaler Objekte, und so den Schülerinnen und Schülern auf motivierende Art und Weise ermöglicht, abstrakte Konzepte intuitiv zu begreifen.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der Beitrag gibt interessierten Lehrkräften detaillierte Einblicke in die Planung und Durchführung des Unterrichtes und thematisiert exemplarisch die Herausforderungen und Erfolge des Einsatzes von VR im Mathematikunterricht. Er zeigt auf, wie digitale Technologien genutzt werden können, um die Motivation der Schüler zu steigern und ihnen erweiterte Lernmöglichkeiten zu bieten.

Es lohnt sich diesen, im Kontext von DigiMath4Edu entwickelten innovativen Ansatz für den Mathematikunterricht, zu entdecken und zu erfahren, wie man VR-Technologie effektiv und sinnstiftend im Klassenzimmer einsetzen kann, aber auch welche Herausforderungen dieser mit sich bringt und wie man diese z.B. durch geeignete organisatorische Maßnahmen bewältigen kann.

Raumgeometrie interaktiv erleben – Mit VR und GeoGebra in die Analytische Geometrie eintauchen

Punkte im Raum – Eine Erkundung mit VR-Brille zur Unterstützung der Orientierung im Raum sowie der Darstellung von Punkten im dreidimensionalen Koordinatensystem. (Jahrgangsstufe Q1)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler beschreiben die Lage von Punkten im Raum sowie deren Darstellung im dreidimensionalen Koordinatensystem.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler können geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem darstellen, in dem Sie die VR-Brille zur Darstellung der vorgegebenen Körper nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, indem Sie die mit der VR-Brille erzeugten Koordinaten der Körper analysieren und vergleichen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenzen bei der Verwendung von Fachsprache, indem sie sich während der Erarbeitungsphase über die Darstellung der geometrischen Objekte mithilfe der VR-Brille mit ihren Mitschüler:innen austauschen.

Die Schülerin und Schüler erweitern ihre Kompetenzen im Bereich des Problemlösens, indem sie bei der Erkundung die gegebene Problemsituation analysieren und ein geeignetes Hilfsmittel (VR-Brille) zur Problemlösung nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Lösungsstrategien zur Darstellung der Körper im Raum, indem sie sich innerhalb ihrer Gruppe über die Übertragung der Maße in den Raum austauschen.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Es werden Screenshots von den mit der VR-Brille gezeichneten Körper erstellt. Diese dienen als Grundlage für die nachfolgende Stunde, in der die Körper per Hand skizziert werden sollen. In der nächsten Stunde erhalten die Schülerinnen und Schüler ergänzend zur heutigen Stunde das theoretische Hintergrundwissen (Bezeichnung der Achsen, Koordinatensystem, Bezeichnung der Koordinatenebenen ...). Des Weiteren werden übende und vertiefende Aufgaben zur Darstellung von Punkten im Raum bearbeitet.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Alles 3D? – Einführung in die Bedienung von GeoGebra 3D und erste Schritte mit der VR-Brille.
2	Punkte im Raum – Eine Erkundung mit VR-Brille zur Unterstützung der Orientierung im Raum sowie der Darstellung von Punkten im dreidimensionalen Koordinatensystem.
3	Und jetzt analog – Eine vertiefende Übungsstunde zum Zeichnen von dreidimensionalen Körpern.
4	„Der Transportweg einer Drohne“ - Erkundung von Vektoren zur Beschreibung von Verschiebungen im Raum im Kontext der Bewegung einer Drohne bei der Paketzustellung unterstützt durch VR-Brillen.
5	Und jetzt wieder analog – Eine vertiefende Übungsstunde zum Vektorbegriff.
6	Erarbeitung der Vektoraddition, -subtraktion und Skalarmultiplikation als im Kontext des Verladens von Containern im Containerhafen.
7	Übung macht den Meister! - Eine vertiefende und vernetzende Übungsstunde zur Anwendung des Vektorbegriffs.
8-9	Erarbeitung der Abstände von Punkten im Raum bzw. des Betrags eines Richtungsvektors unterstützt durch VR-Brillen.
10	Übung und Vertiefung – Abstände von Punkten im Raum und die Bestimmung von Mittelpunkten.
11	„Kommt es zur Kollision?“ – Problemorientierte Erarbeitung der Darstellung einer Geraden in Parameterform im Kontext der Flugbahn eines Heißluftballons unterstützt durch Virtual Reality (VR)-Brillen in arbeitsteiliger Partnerarbeit.
12	Übung – Aufstellen einer Geradengleichung und Durchführung der Punktprobe.
13	„Treffen sich die Flugbahnen?“ – Erkundung der Lagebeziehungen von Geraden unterstützt durch VR-Brillen und Entwicklung einer Strategie zur Untersuchung der Lagebeziehungen.
14	Übung – Untersuchung der Lagebeziehungen von Geraden.

Punkte im Raum – Eine Erkundung mit VR-Brille zur Unterstützung der Orientierung im Raum sowie der Darstellung von Punkten im dreidimensionalen Koordinatensystem.

Jahrgangsstufe Q1

Benötigte Materialien:

- VR-Brillen
- iPads + iPad-Stifte
- Beamer + AppleTV

Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

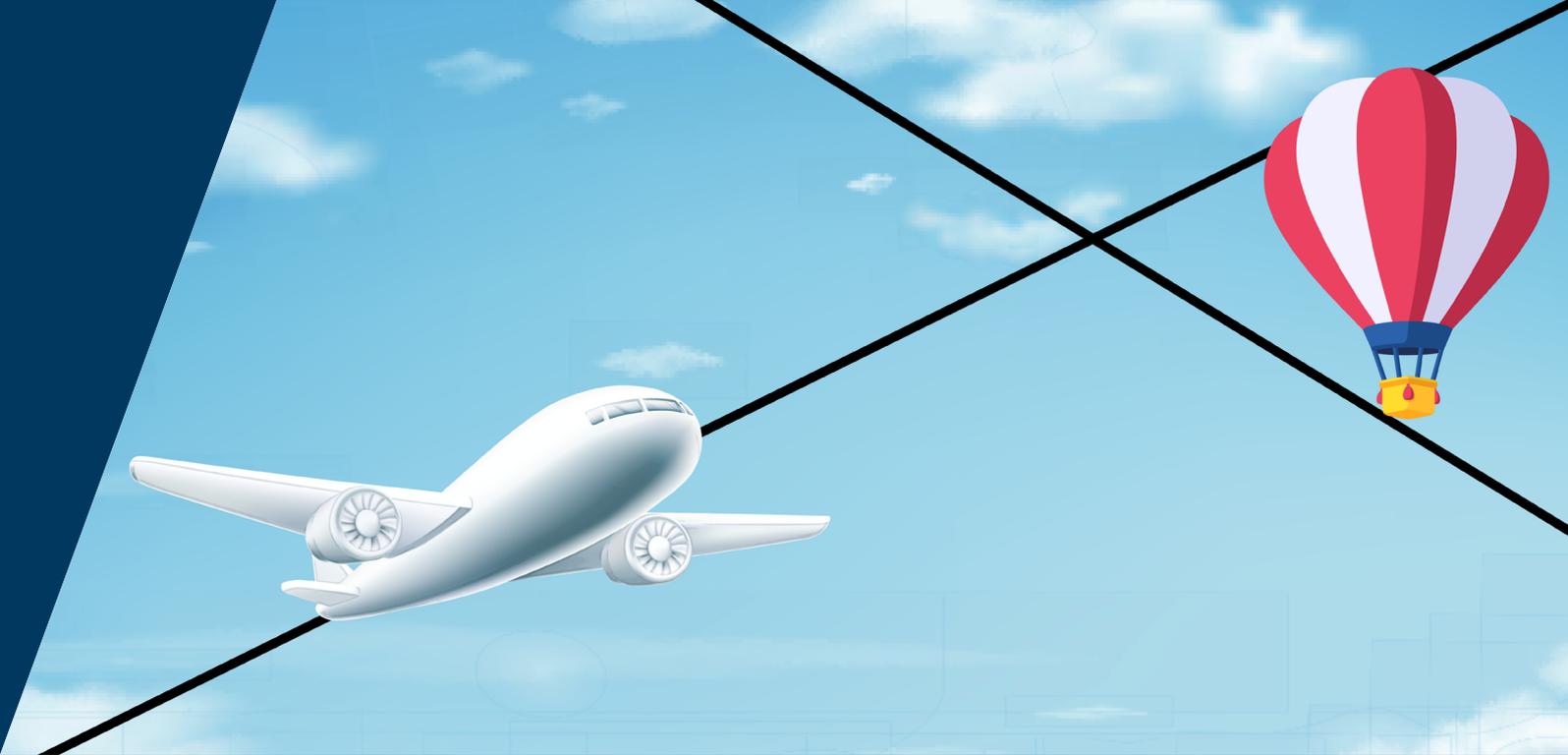
Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg/ Entwicklung der Problemfragen/ Hinführung	L. zeigt die mit dem 3D-Drucker hergestellten Körper. Frage: Wie können wir reale Körper in der virtuellen Realität übertragen? Die Schülerinnen und Schüler überlegen kurz in Partnerarbeit, wie sie vorgehen würden (Murmelfase). Kurzer Austausch im Plenum über die Ergebnisse der Murmelphase. L. erklärt den Arbeitsauftrag.	Die Körper sind unterschiedlich anspruchsvoll gestaltet und werden entsprechend des Leistungsniveaus der Schülerinnen und Schüler verteilt. Die Schülerinnen und Schüler denken sich ein Vorgehen aus, z.B. •Körper ausmessen und notwendige Längen notieren. •Eckpunkte nach den ausgemessenen Längen übertragen. •Verbindungen zwischen den Eckpunkten einzeichnen. •mit GeoGebra eine Skizze erstellen	Lehrervortrag/ Körper PA/ Körper

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmus- ter/ Medien
30 Min	Erarbeitung	<p>Die Schülerinnen und Schüler messen die Körper aus und besprechen ein Vorgehen zum Zeichnen der Punkte.</p> <p>U-Assistenten teilen die VR-Brillen aus und Schülerinnen und Schüler zeichnen die Körper mit Hilfe der VR-Brille. Nach der Hälfte der Zeit tauschen Lernenden die Rollen.</p> <p>Anfertigung von Screenshots sowie Übertragung mit Hilfe des Programms.</p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler werden in 2er- oder 3er-Gruppen eingeteilt. In der vorangegangenen Stunde zur Einführung der VR-Brille hat sich gezeigt, dass drei Schüler*innen Probleme mit der Nutzung der VR-Brille hatten und ihnen übel und schwindelig wurde. Daher werden auch 3er-Gruppen gebildet. Die Schülerinnen und Schüler, die die VR-Brille nicht nutzen möchten, tauschen sich mit ihren Mitschüler*innen aus und helfen bei der Bearbeitung der Aufgabe. Eine geschickte Zusammensetzung der Gruppen ist förderlich.</p> <p>Für schnellere Gruppen steht eine Sprinteraufgabe zur Verfügung (händisches Zeichnen des Körpers).</p>	PA/ Körper, iPad, VR-Brille
15 Min	Präsentation/ Sicherung	<p>Vorstellung der Ergebnisse</p> <p>L. zeigt die Screenshots der einzelnen Gruppen per Beamer.</p> <p>Impulsfragen:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Wie seid ihr beim Zeichnen der Körper vorgegangen? -Welche Schwierigkeiten gab es? -Wie habt ihr die Koordinaten der Punkte herausgefunden? <p>Mögliche Aspekte zur Vertiefung:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Koordinatenursprung als möglicher Eckpunkt -Bedeutung der drei Achsen („Höhe/Tiefe/Breite“) -Eigenschaften von Punkten, die „übereinander“ oder „nebeneinander“ liegen 	<p>Vorteil an dieser Stelle ist, dass die App „edVR“ die Koordinaten der eingezeichneten Punkte angibt. Diese können von den Schülerinnen und Schülern analysiert und verglichen werden. So können Sie intuitiv ein Vorgehen zum Eintragen von Punkten erarbeiten.</p>	UG Beamer/ iPad
5 Min	Reflexion	<p>Methodische Reflexion</p> <p>Impulsfragen:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Was hat gut funktioniert? -Was habt ihr heute gelernt? -Was war anders als sonst? -Welchen Vorteil hat die VR-Brille? <p>Ausblick auf die nächste Stunde: Nutzen der Screenshots zum händischen Zeichnen</p>	<p>Da dies die zweite U-Stunde ist, bei der die VR-Brillen zum Einsatz kommen, ist eine methodische Reflexion sehr wichtig. Insbesondere in einem Kurs wie diesem, bei dem einigen Schüler*innen Probleme bei der Benutzung der Brillen hatte.</p>	UG Beamer/iPad

 **Sprinteraufgabe:**

Zeichnet das Schrägbild eines räumlichen Koordinatensystems und zeichnet die Eckpunkte eures Körpers ein.





Navigieren durch die Dimensionen – Analytische Geometrie mit Virtual Reality

„Kommt es zur Kollision?“ – Problemorientierte Erarbeitung der Darstellung einer Geraden in Parameterform im Kontext der Flugbahn eines Heißluftballons unterstützt durch Virtual Reality (VR)-Brillen in arbeitsgleicher Partnerarbeit.

Zur Konzeption

In diesem inspirierenden Beitrag wird ein innovativer Unterrichtsentwurf vorgestellt, der die analytische Geometrie für Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II durch die Integration von Virtual Reality (VR) erlebbar macht. Der Entwurf ist eingebettet in eine Reihe von Unterrichtsstunden, die darauf abzielen, komplexe Konzepte der analytischen Geometrie durch das immersive Erlebnis der VR-Technologie „(be-)greifbar“ zu machen. Die Schülerinnen und Schüler werden durch verschiedene Szenarien geführt, von der Untersuchung des Flugweges einer Drohne bis hin zur Kollisionserkennung bei einem Heißluftballon, und nutzen dabei die VR-Brillen, um räumliche Beziehungen und Vektoroperationen auf motivierende Weise zu erkunden. In der konkreten, sehr detailliert ausgeführten Stunde geht es um eine „problemorientierte Erarbeitung der Darstellung einer Geraden in Parameterform im Kontext der Flugbahn eines Heißluftballons unterstützt durch Virtual Reality (VR)-Brillen in arbeitsgleicher Partnerarbeit.“

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die vorgestellten Zugänge fördern nicht nur das räumliche Verständnis, sondern auch kritische Denkfähigkeiten und die Fähigkeit, mathematische Theorien auf reale Situationen anzuwenden (Modellieren). Die Schülerinnen und Schüler erlernen den Umgang mit modernen technologischen Werkzeugen, was sie auf zukünftige Herausforderungen in Studium und Beruf vorbereitet. Der vorliegende Beitrag ist interessant für Lehrkräfte, die daran interessiert sind, VR im Unterricht der Oberstufe sinnstiftend für den Vorstellungsaufbau zu nutzen und die Motivation ihrer Schülerinnen und Schüler durch interaktive und praktische Lernerfahrungen zu steigern. Der Entwurf bietet eine detaillierte Anleitung zum produktiven Einsatz der VR-Technologie im Mathematikunterricht und zeigt auf, wie traditionelle Lehrpläne durch den Einsatz von Virtual Reality entscheidend bereichert werden können.

Navigieren durch die Dimensionen – Analytische Geometrie mit Virtual Reality

„Kommt es zur Kollision?“ – Problemorientierte Erarbeitung der Darstellung einer Geraden in Parameterform im Kontext der Flugbahn eines Heißluftballons unterstützt durch Virtual Reality (VR)-Brillen in arbeitsgleicher Partnerarbeit. (Jahrgangsstufe Q1)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können eine Situation in einer Geradengleichung in Parameterform darstellen und die allgemeine Struktur einer Geradengleichung erklären.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler stellen den Sinkflug eines Heißluftballons in einem virtuellen Koordinatensystem dar und überprüfen, ob der Heißluftballon bei gleichbleibender Flugrichtung einen Baum treffen würde, indem sie die angegebenen Punkte (Aufenthaltsorte des Heißluftballons und Lage der Baumkrone) eintragen, zwischen den Punkten des Heißluftballons einen Richtungsvektor eintragen und diesen systematisch bis zum Punkt der Baumkrone erweitern.

Die Schülerinnen und Schüler stellen die Situation in einer Linearkombination dar, indem sie den Ortsvektor des Ausgangspunktes mit einem Vielfachen des Richtungsvektors addieren.

Die Schülerinnen und Schüler ermitteln die Lage des Heißluftballons zu unterschiedlichen Zeitpunkten, indem sie den Richtungsvektor geeignet vervielfachen und mit dem Ortsvektor des Ausgangspunktes addieren.

Die Schülerinnen und Schüler stellen eine Gleichung auf mit der die Lage des Heißluftballons zu jedem beliebigen Zeitpunkt ermittelt werden kann, indem sie die Linearkombination der vorherigen Aufgaben nutzen und einen Parameter definieren.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Übungsaufgaben aus dem Schulbuch zur Anwendung der neu erlernten Kenntnisse und Verfahren.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Alles 3D? – Einführung in die Bedienung von GeoGebra 3D und erste Schritte mit der VR-Brille.
2	Punkte im Raum – Eine Erkundung mit VR-Brille zur Unterstützung der Orientierung im Raum sowie der Darstellung von Punkten im dreidimensionalen Koordinatensystem.
3	Und jetzt analog – Eine vertiefende Übungsstunde zum Zeichnen von dreidimensionalen Körpern.
4	„Der Transportweg einer Drohne“ - Erkundung von Vektoren zur Beschreibung von Verschiebungen im Raum im Kontext der Bewegung einer Drohne bei der Paketzustellung unterstützt durch VR-Brillen.
5	Und jetzt wieder analog – Eine vertiefende Übungsstunde zum Vektorbegriff.
6	Erarbeitung der Vektoraddition, -subtraktion und Skalarmultiplikation als im Kontext des Verladens von Containern im Containerhafen.
7	Übung macht den Meister! - Eine vertiefende und vernetzende Übungsstunde zur Anwendung des Vektorbegriffs.
8-9	Erarbeitung der Abstände von Punkten im Raum bzw. des Betrags eines Richtungsvektors unterstützt durch VR-Brillen.
10	Übung und Vertiefung – Abstände von Punkten im Raum und die Bestimmung von Mittelpunkten.
11	„Kommt es zur Kollision?“ – Problemorientierte Erarbeitung der Darstellung einer Geraden in Parameterform im Kontext der Flugbahn eines Heißluftballons unterstützt durch Virtual Reality (VR)-Brillen in arbeitsgleicher Partnerarbeit.
12	Übung – Aufstellen einer Geradengleichung und Durchführung der Punktprobe.
13	„Treffen sich die Flugbahnen?“ – Erkundung der Lagebeziehungen von Geraden unterstützt durch VR-Brillen und Entwicklung einer Strategie zur Untersuchung der Lagebeziehungen.
14	Übung – Untersuchung der Lagebeziehungen von Geraden.

„Kommt es zur Kollision?“ – Problemorientierte Erarbeitung der Darstellung einer Geraden in Parameterform im Kontext der Flugbahn eines Heißluftballons unterstützt durch Virtual Reality (VR)-Brillen in arbeitsgleicher Partnerarbeit.

Jahrgangsstufe Q1

Benötigte Materialien:

- VR-Brillen
- MS-Office
- iPads + iPad-Stifte

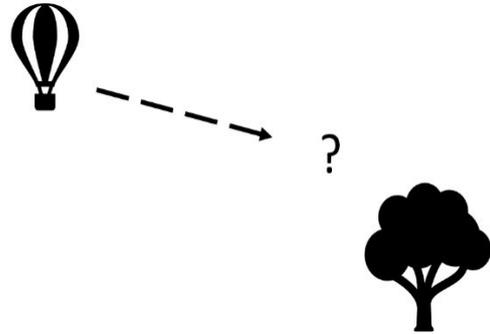
Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
2 Min	Einstieg	L. präsentiert das Einstiegsbild: Heißluftballon und Baum. Die Schülerinnen und Schüler beschreiben das Bild.	Schüleraktivierung	UG PowerPoint
5 Min	Entwicklung einer Problemfrage	Die Schülerinnen und Schüler entwickeln eine Problemfrage. „Fliegt der Heißluftballon gegen die Baumkrone?“ „Muss der Heißluftballon seine Flugbahn ändern?“ L. notiert die Fragestellung an der Tafel.	Ziel-Transparenz	UG Tafel
20 Min	Erarbeitung 1 (mit VR-Brille)	Anhand zwei vorgegebener Durchquerungspunkte des Heißluftballons und der Voraussetzung, dass der Heißluftballon seine Flugrichtung nicht ändert, ermitteln die Schülerinnen und Schüler, ob die Gefahr einer Kollision mit einem Baum besteht. Hierzu wird die App „edVR“ genutzt, wobei nur der Punkt/Vektor-Modus zugelassen wird. Hierbei kann, wie folgt vorgegangen werden. Die Schülerinnen und Schüler...: •tragen die drei Punkte A,B (Aufenthaltsorte des Heißluftballons) und C (Lage des Baumes) in das virtuelle Koordinatensystem ein. •bestimmen den Ortsvektor des Punktes A und tragen diesen in das Koordinatensystem ein. •bestimmen den Richtungsvektor von Punkt A nach Punkt B und stellen diesen ebenfalls in dem Koordinatensystem dar. •verlängern den Richtungsvektor systematisch.	Motivation durch Nutzung der VR-Brillen Damit die Geradengleichung erarbeitet werden kann, wird die Nutzung der „edVRApp“ nur eingeschränkt zugelassen. VR-Brillen zur Visualisierung des Problems und als Werkzeug zur Lösung des Problems. VR-Brillen als Anlass zur Kommunikation. Zuteilung der Partnerarbeitsgruppen •schwächere Schülerinnen und Schüler arbeiten mit stärkeren zusammen •Unterschiede bei dem Umgang mit VR-Brillen und der Verträglichkeit Differenzierung durch Tippkarten.	PA VR-Brillen; Arbeitsblatt mit einem QR Code (Tippkarten hinterlegt)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Erarbeitung 2	<p>Die Schülerinnen und Schüler stellen eine zur Situation passende Linearkombination auf.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler bestimmen die Koordinaten von zwei weiteren Punkten auf der Flugbahn (vor und nach dem Startpunkt).</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler erläutern, wie man den Ortsvektor eines jeden beliebigen Punktes auf der Flugbahn erhalten kann und entwickeln hierzu eine geeignete Darstellung.</p> <p>Sprinter Aufgabe: Die Schülerinnen und Schüler geben weitere Geradengleichungen für dieselbe Flugbahn an und formulieren ein Verfahren zur Aufstellung einer Geradengleichung bei zwei gegebenen Punkten.</p>	<p>Differenzierung durch Sprinteraufgabe</p> <p>Vom Beispiel zum Allgemeinen</p>	<p>PA</p> <p>Arbeitsblatt</p>
10 Min	Präsentation	<p>Die Schülerinnen und Schüler präsentieren das Lösungsvorgehen zur Fragestellung:</p> <p>Zunächst wird die Visualisierung des Sinkflugs vorgestellt und die Lage des Baums im dreidimensionalen Koordinatensystem erklärt.</p> <p>Lösungswege zur Erarbeitung der Fragestellung werden vorgestellt (auch die rechnerische Lösung).</p> <p>Beantwortung der Eingangsfrage.</p> <p>Die Koordinaten der zwei weiteren Punkte (mit Lösungsweg) werden vorgestellt.</p>	<p>Verschiedene Lösungswege vorstellen lassen</p> <ul style="list-style-type: none"> •ggf. Diskussion der Lösungswege <p>Vorgehen erklären können.</p> <p>Nachvollziehbarkeit (aber auch Erleichterung der Kommunikation) durch Screenshots</p> <p>Rückbezug zur Eingangsfrage</p>	<p>SV/UG</p> <p>Screenshots der Ergebnisse von verschiedenen Schülergruppen, iPad</p>
5 Min	Sicherung Soll-Bruchstelle	L. formuliert gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern Merksätze zum Aufstellen einer Geradengleichung und zur Struktur von Geradengleichungen.	Zusammenfassung zur Struktur und zum Aufstellen einer Geradengleichung	UG Tafel
5 Min	Erarbeitung 3	Die Schülerinnen und Schüler prüfen, ob Punkte auf der Geraden liegen.	<p>Differenzierung durch Tippkarten</p> <p>Unterschiedliche Lösungswege zulassen (händisch und mit GTR)</p>	<p>PA</p> <p>Arbeitsblatt Tippkarten</p>
3 Min	Sicherung	<p>Die Schülerinnen und Schüler präsentieren ihre Ergebnisse.</p> <p>L. formuliert ein Verfahren zur Punktprobe.</p>	Formulierung eines Verfahrens, das in den kommenden Stunden angewandt werden kann	<p>UG</p> <p>Arbeitsblatt</p> <p>Tafel</p>
	Did. Reserve/ Übung	Übungsaufgaben	Anwendung des Erlernten	Schulbuch

Der Sinkflug eines Heißluftballons

Der Sinkflug eines Heißluftballons wird beobachtet. In einem Koordinatensystem mit der Einheit von zehn Metern wird der Sinkflug beschrieben. Der Heißluftballon startet im Punkt A $(1/2/8)$. Er bewegt sich geradlinig und ist nach einer Minute im Punkt B $(3/5/6)$. Während dieser Fahrt sind Windrichtung und Windgeschwindigkeit konstant. Am Punkt C $(7/11/2)$ befindet sich eine Baumkrone.



Die x_3 -Koordinate gibt die Höhe über der Erdoberfläche an. Formuliert eine Frage zu der Situation.

Frage: _____

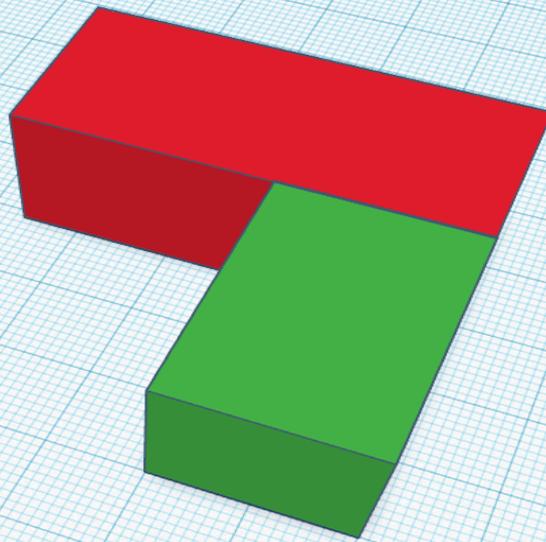
Hinweis: Alle Aufgaben sollen in Partnerarbeit bearbeitet werden.



Aufgabe 1:

- Stellt** die Flugbahn des Heißluftballons vom Punkt A nach Punkt B und die Lage der Baumkrone in der App „ed VR“ **dar**.
- Ermittelt** mithilfe der App „edVR“, ob der Heißluftballon bei gleichbleibender Flugrichtung mit dem Baum kollidieren würde. Wenn ja, nach wie vielen Minuten wäre dies der Fall?

Tipp: Wenn ihr nicht weiterkommt, könnt ihr euch vorne eine Tippkarte holen.



Geometrische Erkundungen – Vom Klassenzimmer in die virtuelle Welt mit Tinkercad

Ergänzen oder Zerlegen? – Herleitung und Vertiefung der Strategien Ergänzen und Zerlegen für zusammengesetzte Quader unter Verwendung von 3D-Modellen und Tinkercad

Zur Konzeption

Der vorliegende Sammelband präsentiert an dieser Stelle einen innovativen sehr detailliert ausgeführten Unterrichtsentwurf für den Mathematikunterricht der fünften Klasse, der sich auf die Erkundung geometrischer Körper, insbesondere Quader, konzentriert. Durch den Einsatz von Tinkercad und 3D-Druck bietet dieser Lehrgang eine praktische und interaktive Herangehensweise, um Schülerinnen und Schüler mit den Grundlagen der Geometrie vertraut zu machen und ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu fördern. Die Schülerinnen und Schüler lernen, ihre Kenntnisse über geometrische Körper nicht nur theoretisch, sondern auch praktisch anzuwenden, indem sie eigene Modelle digital entwerfen und physisch drucken. Der Kurs macht sich die Vorteile der digitalen Werkzeuge zunutze, um die Schüler aktiv in den Lernprozess einzubeziehen und ihnen zu ermöglichen, die Geometrie auf neue und faszinierende Weise zu erleben. Durch den praktischen Einsatz von Tinkercad als CAD-Software erleben die Schüler, wie digitale Werkzeuge zur Lösung mathematischer Probleme beitragen können, indem sie die abstrakten Konzepte der Geometrie in greifbare Ergebnisse umsetzen. Der 3D-Druck ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, die von ihnen erstellten Modelle in die Hände zu nehmen, was ein tiefes Verständnis der Materie fördert und die Lernmotivation steigert. „Tinkercad und der 3D-Druck ermöglichen in dieser Unterrichtsreihe und -stunde die Vorstellung von Körpern zu generieren – insbesondere um die Zerlegung und Ergänzung zusammengesetzter Körper zu sehen, zu fühlen und zu verstehen.“

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der vorliegende Entwurf bietet eine detaillierte Anleitung zur Durchführung des geschilderten Projekts und diskutiert die mathematikdidaktischen/pädagogischen Vorteile der Verwendung von CAD-Software und 3D-Druck im Klassenzimmer und stellt Bezüge beispielsweise zum Medienkompetenzrahmen NRW her. Lehrkräfte erhalten praktische Tipps und reflektierte Erfahrungswerte, wie sie diese Technologien effektiv nutzen können, um das Interesse und die Beteiligung der Schülerinnen und Schüler anzuregen.

Geometrische Erkundungen – Vom Klassenzimmer in die virtuelle Welt mit Tinkercad

Ergänzen oder Zerlegen? – Herleitung und Vertiefung der Strategien Ergänzen und Zerlegen für zusammengesetzte Quader unter Verwendung von 3D-Modellen und Tinkercad (Jahrgangsstufe 5)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können das Volumen zusammengesetzter Körper mit Hilfe der Strategien Zerlegen und Ergänzen berechnen.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenzen im Bereich Schätzen, indem sie begründete Schätzungen abgeben, welcher zusammengesetzte Körper das größere Volumen besitzt.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Problemlösekompetenzen, indem sie erkennen, dass sie die ihnen bereits bekannten Strategien Zerlegen und Ergänzen (Zusammengesetzte Flächen) auf zusammengesetzte Quader übertragen können.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenzen im Bereich Werkzeuge, indem sie die notwendigen Längen der zusammengesetzten Körper messen und ein Modell mit Tinkercad erstellen.

Die Schülerinnen und Schüler erlangen Sicherheit bei der Volumenberechnung von Quadern, indem sie die Volumina der verschiedenen Teilquader berechnen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenzen im Bereich Argumentieren und Kommunizieren, indem sie die verschiedenen Lösungswege hinsichtlich des Umfangs und der Schwierigkeit miteinander vergleichen.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Nach der Stunde ist ein weiteres Üben der Strategien notwendig, ggf. ohne zu Hilfenahme von 3D-Modellen.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Wer bin ich? – Erkundung verschiedener Körper und dazugehöriger Alltagsgegenstände hinsichtlich ihrer Eigenschaften (v.a. Ecken, Kanten, Flächen)
2	Alles ist vernetzt! – Einführung verschiedener Körpermodelle und -netze
3	Größer oder kleiner? – Vergleich des Rauminhaltes verschiedener Körper anhand von Einheitswürfeln (Einführung des Volumenbegriffes)
4-5	Wie viele Schülerinnen und Schüler der 5a sind zusammen so viel wie ein m^3 ? Einführung und Übung der Volumeneinheiten (ohne ml und l)
6	Vom Zählen zum Rechnen – Eigenständige Herleitung der Volumenformel von Quadern unter Verwendung von Tinkercad
7	Vom Zählen zum Rechnen – Anwendung und Übung der Volumenformel durch die Vermessung und Berechnung der eigenen Körpermodelle
8	Wie viel passt rein? – Erkundung und Übung der Volumeneinheiten ml und l anhand der eigenen Körpermodelle
9-10	Ergänzen oder Zerlegen? – Herleitung und Vertiefung der Strategien Ergänzen und Zerlegen für zusammengesetzte Quader unter Verwendung von 3D-Modellen und Tinkercad
11	Netz ist gleich Netz?! – Weiterführende Übung zu Quadernetzen
12	Geschenke, Geschenke, Geschenke! – Einführung, Übung und Vertiefung der Berechnung von Oberflächen von Körpern
13	Optische Täuschung? – Einführung und Übung von Schrägbilder von Quadern
14	Können wir Körper? Vermischte Übungen zur Vertiefung

Einheitswürfel und Volumenberechnung mit 3D-Würfeln

Jahrgangsstufe 5

Benötigte Materialien:

- 3D-Druck-Modelle
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App Tinkercad

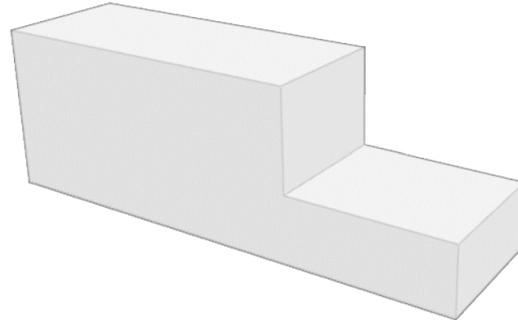
Unterrichtsverlaufsplan 1x90 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	Konfrontation mit dem Stunden- thema	Die Lehrkraft zeigt den Schüle- rinnen und Schülern die drei Mo- delle der zusammengesetzten Körper und lässt sie schätzen, welcher der Körper am größten ist. Bei der Frage nach der Überprü- fung der Schätzungen wird die Problematik deutlich, dass die Schülerinnen und Schüler noch nicht wissen, wie man das Volu- men solcher Körper bestimmt. Sie übertragen die Idee des Er- gänzens und Zerlegens auf Kör- per u. schlagen diese möglichen Strategien vor.	Da die Strategien Zerle- gen und Ergänzen bereits bei zusammengesetzten Flächen verwendet wurden, ist es lediglich notwendig, dass die Schülerinnen und Schüler die Idee von der ebenen auf die räumliche Geometrie übertragen.	Klassenunterricht Lehrervortrag/ Unter- richtsgespräch 3D-Modelle von drei zusammengesetzten Körpern Computer/ Beamer
10 Min	Organisation des weiteren Ablaufs	Die Lehrkraft erklärt den weite- ren Ablauf: Partnerteams bilden, bei Tinkercad anmelden, Ent- scheidung der Partnerteams für jeweils einen zusammengesetz- ten Körper und eine Strategie. Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Arbeitsblätter und Modelle.	Die drei zusamen- gesetzten Körper sind unterschiedlich schwierig hinsichtlich der Anwendung der Strategien und Berech- nung. Die Schülerinnen und Schüler sind es gewohnt im Unterricht eigenständig das Schwierigkeitsniveau zu wählen, sodass sie hier selbstständig entscheiden sollen. Auch die Wahl der Strategie bleibt den Schülerinnen und Schülern überlassen. Auf einem AB sind die Strategien jeweils auf Vorder- und Rück- seite gedruckt, sodass die Schülerinnen und Schüler ggf. im Verlauf noch einmal wechseln können oder ggf. die andere Seite als zusätz- liche Aufgabe bearbeiten, wenn sie besonders schnell sind.	Klassenunterricht Lehrervortrag Arbeitsauftrag/ Arbeitsblatt Computer/ Beamer

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
35 Min	Erarbeitung einer Strategie zur Volumenbestimmung eines zusammengesetzten Körpers	In PA messen, zeichnen und berechnen die Schülerinnen und Schüler die zusammengesetzten Körper. Lösungen kontrollieren sie eigenständig mit Hilfe der ausliegenden Musterlösungen.	Durch das Erstellen der Zeichnung mit Tinkercad erfassen die Schülerinnen und Schüler, welche Teilkörper und welche Maße sie benötigen. Die Verwendung von 3D-Modellen, Zeichnung mit Tinkercad und Berechnung ermöglicht den Schülerinnen und Schüler differenzierte Zugänge zur Thematik (E-I-S). Die Bearbeitung der Aufgaben ist auch ohne Tinkercad und das Erstellen der Zeichnung möglich und kann weggelassen werden. Bei der Zerlegung der Körper sind sehr viele Varianten denkbar. In der Musterlösung wird nur eine Variante dargestellt, die Schülerinnen und Schüler kontrollieren dann ggf. nur das Endergebnis.	Partnerarbeit Arbeit am Material: Arbeitsaufträge/ Arbeitsblatt 3D-Modelle (auch Teilkörper) Lineal/Geodreieck Computer (Tinkercad-Zugang) Musterlösung
10 Min	Vorstellen und Diskussion der Arbeitsergebnisse	Für einen Körper werden jeweils die beiden Lösungsstrategien einander gegenübergestellt. Die Schülerinnen und Schüler erklären anhand der 3D-Modelle wie sie zerlegt/ ergänzt haben. Die Schülerinnen und Schüler benennen und diskutieren die Vor- und Nachteile der Strategien bei den jeweiligen Körpern. Die Schätzungen aus dem Einstieg werden überprüft – Körper B hat das größte Volumen.	Hier werden nur die grundlegenden Prinzipien der Rechnungen besprochen, sowie Vor- und Nachteile der Strategien. Ggf. können die Musterlösungen an Stelle von Lösungen der Schülerinnen und Schüler zur Besprechung verwendet werden.	Klassenunterricht Offenes Unterrichtsgespräch 3D-Modelle (auch Teilkörper) Computer/ Beamer Musterlösung
30 Min	Vertiefung und Anwendung der Arbeitsergebnisse	Die Schülerinnen und Schüler berechnen mindestens einen weiteren Körper mit einer möglichst sinnvollen Strategie. Zur Differenzierung können ggf. sehr schnelle Schülerinnen und Schüler eigene zusammengesetzte Körper mit Tinkercad erstellen, welche dann als Übungsaufgaben in der nächsten Stunde genutzt werden können.		3D-Modelle (auch Teilkörper) Lineal/ Geodreieck Musterlösung

Arbeitsblatt Zerlegen Gruppe A

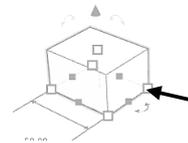
1. **Messt** an dem vorgegebenen Körper alle benötigten Kantenlängen. **Notiert** hier eure Ergebnisse in der nebenstehenden Zeichnung.



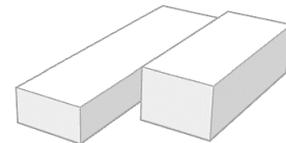
2. Überlegt, wie ihr den vorgegebenen Körper in einzelne Quader aufteilen könnt. **Zeichnet** dann mit Tinkercad die Teilquader mit den richtigen Maßangaben.

Hinweis: So kann man die Maßangaben der Quader auch ändern:

Geht mit der Maus auf die kleinen weißen Quadrate. Dann könnt ihr z.B. die Länge in Millimetern eingeben.

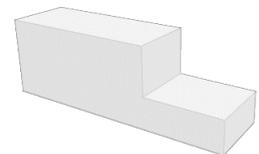


3. **Notiert** hier die Kantenlängen der Teilquader, die ihr gezeichnet habt:



4. **Berechnet** jeweils das Volumen der einzelnen Teilquader. Notiert eure Rechnung:

5. **Berechnet** mit Hilfe der Ergebnisse aus 4. das Volumen des vorgegebenen Körpers.



6. **Überprüft eure Ergebnisse**, indem ihr sie mit den ausliegenden Teilquadern vergleicht.

Für Schnelle:

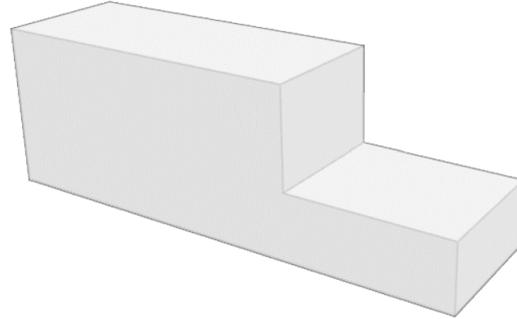
Man könnte den vorgegebenen Körper auch durch einen weiteren kleinen Quader zu einem großen Quader ergänzen.

Zeichnet diesen kleinen Quader ebenfalls mit Tinkercad.

Die einzelnen Rechenschritte sind jetzt andere. Notiert eine passende Rechnung!

Arbeitsblatt Ergänzen Gruppe A

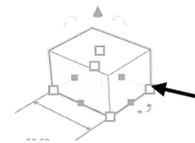
1. **Messt** an dem vorgegebenen Körper alle benötigten Kantenlängen. **Notiert** hier eure Ergebnisse in der nebenstehenden Zeichnung.



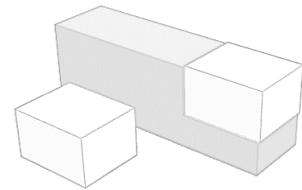
2. Überlegt, wie ihr den vorgegebenen Körper zu einem großen Quader ergänzen könnt. **Zeichnet** dann mit Tinkercad den großen Quader mit den richtigen Maßangaben.

Hinweis: So kann man die Maßangaben der Quader auch ändern:

Geht mit der Maus auf die kleinen weißen Quadrate. Dann könnt ihr z.B. die Länge in Millimetern eingeben.

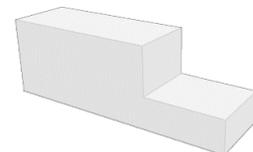


3. **Notiert** hier die Kantenlängen des großen Quaders sowie des kleinen Quaders, den ihr ergänzt habt:



4. **Berechnet** jeweils das Volumen der beiden Quader. Notiert eure Rechnung:

5. **Berechnet** mit Hilfe der Ergebnisse aus 4. das Volumen des vorgegebenen Körpers.



6. **Überprüft eure Ergebnisse**, indem ihr sie mit den ausliegenden Teilquadern vergleicht.

Für Schnelle:

Man könnte den vorgegebenen Körper auch durch Zerlegen in mehrer kleine Quader aufteilen.

Zeichnet diese kleinen Quader ebenfalls mit Tinkercad.

Die einzelnen Rechenschritte sind jetzt andere. Notiert eine passende Rechnung!



Wahrscheinlichkeit greifbar gemacht – Mathematik lernen mit 3D-Druck und digitalen Werkzeugen

Erstellen von Glücksrädern mithilfe des 3D-Drucks als Basis zur Erarbeitung der Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung (und Erwartungswert)

Zur Konzeption

In diesem Beitrag wird ein Unterrichtsentwurf für die Mathematik in der gymnasialen Einführungsphase vorgestellt, der auf der Integration von 3D-Drucktechnologie und der CAD-Software Tinkercad basiert. Diese Methode wird genutzt, um komplexe stochastische Konzepte wie mehrstufige Zufallsexperimente, relative Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und den Erwartungswert auf eine interaktive und motivierende Weise zu vermitteln. Durch die Erstellung physischer Modelle mit einem 3D-Drucker werden komplexe theoretische mathematische Konzepte für die Schülerinnen und Schüler „(be-)greifbar“ und anschaulich. Diese praktische Herangehensweise unterstützt nicht nur das tiefere Verständnis der mathematischen Grundlagen, sondern steigert auch die Motivation und den Kompetenzerwerb der Lernenden, indem sie ihre eigenen Glücksräder entwerfen, herstellen und im Rahmen von Experimenten verwenden.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Das vorliegende Buch bietet an dieser Stelle detaillierte Einblicke in die Planung und Durchführung des Unterrichtsentwurfs und erläutert, wie digitale Werkzeuge effektiv genutzt werden können, um klassische Lernziele auf neuen Wegen zu erreichen. Im Entwurf wird beschrieben, wie die Schülerinnen und Schüler durch die Anwendung von CAD-Software und den physischen Bau von Modellen nicht nur stochastische Konzepte erwerben, sondern auch wichtige Kompetenzen im Umgang mit digitalen Medien und Werkzeugen erwerben. Der Beitrag zeigt auf, wie durch den Einsatz von 3D-Druck und digitalen Werkzeugen im Klassenzimmer mathematische Inhalte auf eine Weise vermittelt werden können, die sowohl anregend als auch gehaltvoll für die Schülerinnen und Schüler ist, benennt aber kritisch auch technologische Herausforderungen wie beispielsweise die Druckzeit.

Wahrscheinlichkeit greifbar gemacht – Mathematik lernen mit 3D-Druck und digitalen Werkzeugen

Erstellen von Glücksrädern mithilfe des 3D-Druck als Basis zur Erarbeitung der Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung (und Erwartungswert) (Jahrgangsstufe 10)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler nutzen „digitale Werkzeuge zum Erkunden“ von Grundbegriffen der Stochastik.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler sollen die „Wahrscheinlichkeitsverteilungen aufstellen“, indem sie neben der praktischen Durchführung des Zufallsexperimentes (rel. Häufigkeiten) auch die Geometrie des Glücksrades zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeiten nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler reflektieren „die Möglichkeiten [...] digitaler Werkzeuge zum Erkunden [...] und Darstellen“, indem sie ihren Kompetenzzuwachs vor dem Hintergrund der Nutzung des 3D-Druck beschreiben.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler berechnen den Mittelwert der relativen Häufigkeiten aus Ihrem Zufallsexperiment. In der folgenden Stunde folgt die Herleitung der Formel für den Erwartungswert einer Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Wdh. Mehrstufige Zufallsexperimente (Urnenexperimente mit und ohne Zurücklegen)
2	Übungen zu den Rechenregeln an Baumdiagrammen
3	Erstellen von Glücksrädern mithilfe des 3D-Druck als Basis zur Erarbeitung der Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung (und Erwartungswert)
4	Herleitung des Begriffes des Erwartungswertes und Berechnung der Erwartungswerte der Glücksräder
5	Übungen zu Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Erwartungswert

Erstellen von Glücksrädern mithilfe des 3D-Druck als Basis zur Erarbeitung der Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung (und Erwartungswert)

Jahrgangsstufe 10

Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App Goodnotes, Tinkercad

Unterrichtsverlaufsplan 2x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
15 Min	Motivation und Schaffung notwendiger Voraussetzungen	Der Alltagsbezug eines Glücksrades wird hergestellt. Die Arbeit mit dem 3D-Drucker wird den Schülerinnen und Schülern vorgestellt. Kurzeinführung in das Programm Tinkercad.	Glücksräder sind allen Schülerinnen und Schülern bekannt und in der Mittelstufe bereits im Bereich der Stochastik mathematisiert worden (Laplace). Nun soll die Geometrie von den Lernenden selbst entworfen werden, sodass die Arbeit mit dem 3D Druck eine motivierende Wirkung hat.	Unterrichtsgespräch Lehrervortrag Computer, Beamer
40 Min	Bearbeitung I	Die Schülerinnen und Schüler arbeiten in Partnerarbeit am PC und erstellen Glücksräder.	Im Computerraum bietet sich Partnerarbeit an den PCs an, sodass 8-9 verschiedene Glücksräder zu erwarten sind.	Partnerarbeit Computer, Tinkercad (Software)
5 Min	Sicherung	Die Arbeit wird in Tinkercad auf dem Lehreraccount gespeichert, sodass der Druck bis zur nächsten Unterrichtsstunde stattfinden kann.		
Stundenwechsel - Die Unterbrechung ist notwendig, da die Objekte gedruckt werden.				
5 Min	Weckung des Interesses	Die selbsterstellten Glücksräder werden den jeweiligen Gruppen zugeordnet und mit Drehzeiger verteilt.	Das „in den Händen halten“ der eigenen Produkte motiviert die Schülerinnen und Schüler sich im Folgenden intensiv mit der Analyse zu beschäftigen.	Unterrichtsgespräch, Lehrervortrag Glücksräder
5 Min	Planung der folgenden Arbeitsphase	Eine Tabelle zur Analyse der Glücksräder wird vorgegeben und die Zeitplanung durch einen Counter offengelegt.	Die Auswertungstabelle führt die Schülerinnen und Schüler durch die Analyse. Jede Gruppe analysiert das selbsterstellte Glücksrad.	Lehrervortrag, Unterrichtsgespräch Auswertungstabelle

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
25 Min	Bearbeitung II	Die Schülerinnen und Schüler drehen ihre Glücksräder 50-mal und führen eine Strichliste. Anschließend werden die relativen Häufigkeiten und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten bestimmt.	Die Bearbeitung startet spielerisch, indem das Zufallsexperiment durchgeführt wird. Die Lehrkraft wirkt unterstützend, falls Problemlösestrategien zur Wahrscheinlichkeitsbestimmung fehlen.	Partnerarbeit, ggf. Lehrerhilfen
10 Min	Sicherung	Die Gruppen teilen ihre Ergebnisse per AirDrop mit der Klasse. Einzelne Gruppen beschreiben ihr Vorgehen und die Abweichungen zwischen rel. Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit.	Interessant sind die gruppenübergreifenden Gemeinsamkeiten: 1) Abweichung rel. Häufigkeit <-> Wahrscheinlichkeit 2) Probleme bei der geometrischen Analyse der Wahrscheinlichkeit. 3) ... Anhand der Tabellen wird der Begriff der Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße definiert.	Unterrichtsgespräch, Gruppenpräsentation Beamer, Goodnotes
15 Min	Reflexion	Die Schülerinnen und Schüler reflektieren ihren Kompetenzzuwachs durch die Möglichkeit des 3D-Druck im Mathematikunterricht.	Die Unterrichtseinheit ermöglicht besonders den Erwerb und Zuwachs der prozessbezogenen Kompetenzen (Modellierung, Problemlösen, Argumentieren / Kommunizieren, Werkzeuge nutzen)	Unterrichtsgespräch

Wahrscheinlichkeitsbestimmung mithilfe von Glücksrädern

Material: Hol dir dein selbst erstelltes Glücksrad und dazu einen Zeiger.

Aufgabe 1:

Drehe nun dein Glücksrad 50-mal und halte in der folgenden Tabelle deine Ergebnisse mithilfe eine Strichliste fest.

Tipp: Die Strichliste muss in die Spalte der absoluten Häufigkeit.

Ergebnis	Absolute Häufigkeit (Anzahl)	Relative Häufigkeit	(Laplace-) Wahrscheinlichkeit
1			
2			
3			
4			

Aufgabe 2:

Bestimme nun mithilfe deiner Strichliste die **relative Häufigkeit** und ermittle unter Ausnutzung der Geometrie deines Glücksrades die jeweilige (Laplace-) **Wahrscheinlichkeit** der Ergebnisse 1-4.

Aufgabe 3:

Begründe die Abweichungen in den Tabellenspalten „Relative Häufigkeit“ und „Wahrscheinlichkeit“. Beschreibe, wie diese Abweichungen minimiert werden können.



Geometrie spielend Erfahren – Entdecken, Zeichnen und Drucken mit Tinkercad

Modellierung von Dreiecks- und Vierecksflächen (Tangramspiel) mit der CAD-Software Tinkercad

Zur Konzeption

Dieser Beitrag führt Lehrkräfte und Schülerinnen und Schüler in einen Unterrichtsentwurf ein, bei dem die Grundlagen der Geometrie durch praktische und spielerische Anwendungen mit moderner Technologie lebendig vermittelt werden. Der vorgestellte Unterrichtsentwurf richtet sich an Schülerinnen und Schüler der fünften Klasse einer MINT-Klasse und kombiniert traditionelle Lehrmethoden mit innovativer Technik, um ein tieferes Verständnis für geometrische Formen und deren Eigenschaften zu fördern. In der zu Grunde liegenden Unterrichtsreihe lernen die Schülerinnen und Schüler, wie sie mithilfe der CAD-Software Tinkercad und 3D-Drucktechnologie eigene geometrische Modelle erstellen können. Von der ersten Einführung in die Software bis hin zum fertigen 3D-gedruckten Tangram-Spiel werden die Schülerinnen und Schüler schrittweise durch den Prozess geführt, geometrische Formen nicht nur zu verstehen und zu benennen, sondern sie auch aktiv zu gestalten.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der Beitrag bietet eine detaillierte Anleitung zur Durchführung des Projekts und zur Integration von CAD-Software in den Mathematikunterricht. Er legt exemplarisch besonderen Wert darauf, wie Lehrkräfte die beschriebenen technologischen Werkzeuge effektiv nutzen können, um den Schülerinnen und Schülern ein engagierendes und interaktives Lernerlebnis zu bieten. Darüber hinaus werden die pädagogischen Vorteile des Einsatzes von 3D-Druck zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens und der Problemlösungsfähigkeiten hervorgehoben. Es handelt sich um einen Unterrichtsentwurf, der die Förderung der Neugier und der kreativen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler auf innovative Weise in den Mittelpunkt setzt.

Geometrie spielend Erfahren – Entdecken, Zeichnen und Drucken mit Tinkercad

Modellierung von Dreiecks- und Vierecksflächen (Tangramspiel) mit der CAD-Software Tinkercad (Jahrgangsstufe 5)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler zeichnen ebene Figuren hinsichtlich ihrer Charakteristik unter Verwendung angemessener Hilfsmittel (CAD-Software Tinkercad).

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler benennen zusammengesetzte Flächen, indem sie in Tinkercad die einzelnen Formen zusammensetzen und diese so als Grundlage für die Beschreibung nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler können geometrische Eigenschaften von Figuren nennen, indem sie die Anzahl und Eigenschaften verschiedener Flächen/Figuren tabellarisch zusammenstellen und abschließend im Unterrichtsgespräch nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler erstellen verschiedene Flächen eines Tangram Spiels mithilfe einer CAD-Software, indem sie in Tinkercad entsprechende Figuren modellieren/konstruieren.

Die Schülerinnen und Schüler reflektieren ihren Lernprozess, indem Sie sich im Unterrichtsgespräch mit den anderen Gruppen und deren Ergebnissen auseinandersetzen.

Die Schülerinnen und Schüler kommunizieren und argumentieren über ihre Problemlösung, indem sie sich aktiv an der Partnerarbeit und dem abschließenden Unterrichtsgespräch beteiligen.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Es ist sinnvoll, den Schülerinnen und Schülern im Rahmen der nächsten Stunde die Möglichkeit zu geben, ihre gedruckten Tangramspiele zu testen.

Sequenz	Thema
1-2	Wer bin ich? – Charakterisierung und Klassifizierung besonderer Vierecke
3	Einführung in den 3D-Druck und die CAD-Software Tinkercad
4	Modellierung von Dreiecks- und Vierecksflächen (Tangramspiel) mit der CAD-Software Tinkercad
5	Gleichseitig oder gleichschenkelig? Besondere Dreiecke bestimmen und unterscheiden
6	Wo bin ich? Legen zusammengesetzter Figuren mithilfe des selbstgestellten Tangram-Spiels

Modellierung von Dreiecks- und Vierecksflächen (Tangramspiel) mit der CAD-Software Tinkercad

Jahrgangsstufe 5

Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + App Tinkercad

Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	<p>Die SuS beschreiben die ihnen vorliegende Darstellung hinsichtlich der dargestellten Figur (z.B. Katze, Hund) sowie deren Eigenschaften (z.B. nur gerade Linien, besteht aus einzelnen Flächen).</p> <p>Die Lehrperson zeigt den SuS ein Tangram Spiel mit dem die Figuren gelegt werden und informiert die SuS, dass diese ihre eigenen Spiele zeichnen und drucken sollen.</p>	<p>Die SuS sollen dabei die besonderen Flächen benennen, aus denen die Figuren bestehen (z.B. Dreiecke, Vierecke – Parallelogramm, Quadrat).</p> <p>Zur Vorbereitung der Partnerarbeit wird im Rahmen eines Unterrichtsgesprächs eine Liste der notwendigen Figuren erstellt (Anzahl, Eigenschaften) welche die SuS zeichnen müssen.</p>	<p>Klassenunterricht</p> <p>Lehrervortrag/ Unterrichtsgespräch</p> <p>Tangram Spiel</p> <p>Computer/ Beamer</p>
35 Min	Erarbeitung	<p>Die SuS zeichnen am Computer mit Tinkercad in Partnerarbeit die einzelnen Teile des Tangram-Spiels. Dabei sind im Material einzelne Maße vorgegeben, sodass das Spiel am Ende in einem Druckvorgang gedruckt werden kann.</p>	<p>Die SuS können dabei einzelne Teile des bereits vorliegenden Tangram Spiels nutzen, um sich diese besser vorstellen zu können.</p> <p>Schneller SuS unterstützen im Rahmen eines Helfersystems schwächere SuS.</p>	<p>Partnerarbeit, Arbeit am Material: AB</p> <p>Tangramspiel</p> <p>Vorlagen – Figuren</p> <p>Computer</p>
15 Min	Sicherung/Transfer	<p>Am Ende der Stunde können bis zu drei Partnerteams der Klasse ihre Ergebnisse präsentieren und den Druckauftrag starten.</p>	<p>SuS die in dieser Stunde nicht fertig geworden sind, haben in der folgenden Stunde die Möglichkeit ihre Zeichnungen zu vervollständigen. Um dies vorzubereiten und den Arbeitsprozess dieser Stunde zu reflektieren werden folgende Aspekte im Plenum diskutiert:</p> <p>-Welche Flächen waren leichter zu zeichnen? Warum?</p> <p>-Bei welchen Flächen gab es Probleme? Warum?</p> <p>-Problematik: Tangram Bausteine als „Fläche“</p>	<p>Klassenunterricht</p> <p>Lehrervortrag/ Unterrichtsgespräch</p> <p>Tangram Spiel</p> <p>3D-Drucker/ Computer/ Beamer</p>

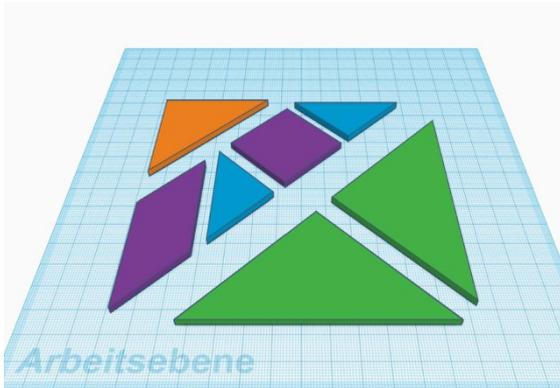
Arbeitsblatt Tangram

1. Gehe zu <https://www.tinkercad.com/joinclass>.
2. Gib den Klassencode ein: **XXXXXXXXXX**
3. Gib den **Schüler1** ein, der dir von deinem Lehrer zugewiesen wurde.
4. Wähle im Startfenster das Feld „Erstellen“ und dann 3D-Entwurf.

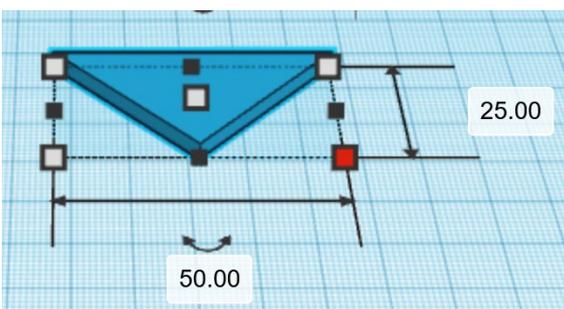
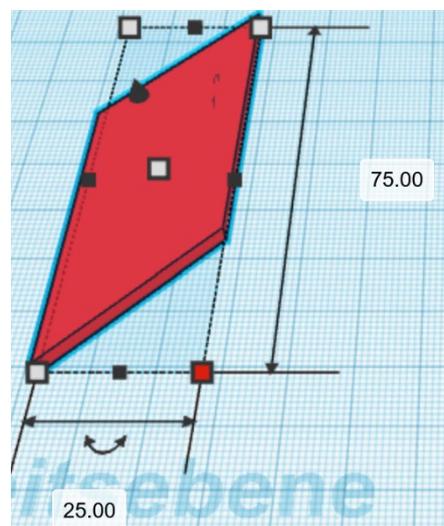
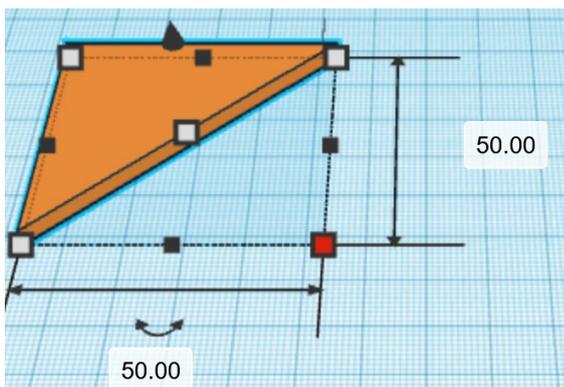
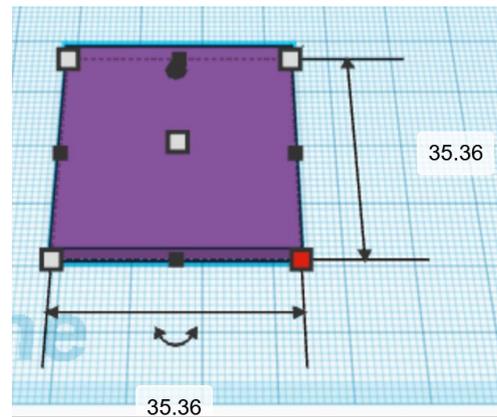
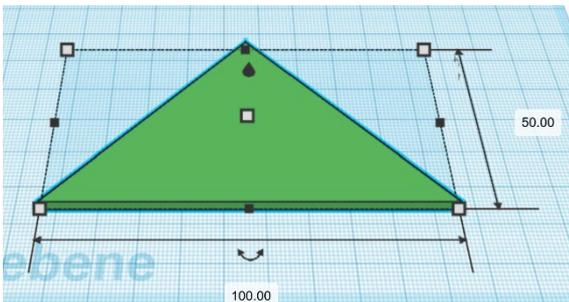
Deine Entwürfe

+ Erstellen

3D-Entwurf



Aufgabe: Zeichne alle notwendigen Bausteine für das Tangramspiel. Beginne mit dem Quadrat, zeichne danach die Dreiecke und am Ende das Parallelogramm. Alle Figuren sollen 3.00 mm hoch sein. Alle anderen Maßangaben findest du auf den folgenden Bildern.



4

Unterrichtsskizzen für die Sekundarstufen

St.-Franziskus-Schule Olpe

Schwerpunktthema: Erprobung der Einbindung von Virtual-Reality

Die St.-Franziskus-Schule ist eine Bündelschule mit Gymnasium und Realschule. Schulträger ist die Gemeinnützige Gesellschaft der Franziskanerinnen zu Olpe (GFO).

Schwerpunkte der pädagogischen Arbeit an Gymnasium und Realschule sind:

- fachliche und persönliche Förderung: Eine Vielzahl von jeweils speziell ausgebildeten Lehrkräften und die Schulsozialarbeiterin unterstützen die Schüler:innen durch unterschiedliche Fördermaßnahmen, Lerncoaching und Beratung.
- MINT: Moderne Fachräume, vielfältige Unterrichts- und AG-Angebote bieten Schüler:innen Chancen ihre naturwissenschaftlichen Interessen zu entdecken und weiterzuentwickeln. Die St.-Franziskus-Schule ist bereits seit 2014 „MINT-freundliche Schule“.
- franziskanisches Engagement: Das Schulmotto „franziskanisch – fröhlich – fair“ lädt die Schüler:innen ein, Gemeinschaft aktiv mitzugestalten und sich überzeugt für Mitmenschen und Umwelt einzusetzen.
- berufliche Orientierung: Die Berufs- und Studienorientierung ist ein fester und fächerübergreifender Bestandteil der schulischen Laufbahn. Das Berufsorientierungsteam unterstützt alle Schüler:innen ab Klasse 8 durch individuelle Beratung und Informationen.

Die Schule bietet eine zeitgemäße Ausstattung für analoges und digitales Lernen. Den Schüler:innen wird der bewusste Umgang mit digitalen Geräten, Werkzeugen und Inhalten altersgemäß vermittelt.

Vor diesem Hintergrund freuen wir uns, dass wir die Gelegenheit hatten, das Projekt DigiMath4Edu in Kooperation mit der Universität Siegen an unserer Schule durchführen zu können. Denn es ist uns besonders wichtig, die Lernenden durch zeitgemäßen Unterricht gut auf ihr späteres Berufsleben vorzubereiten. Kenntnisse und Fähigkeiten im Bereich der Digitalisierung sowie außerschulische Kooperationen spielen hierbei für uns eine wichtige Rolle.

Die Erfahrung eines innovativen und praxisorientierten Mathematikunterrichts, die die Lernenden im Rahmen der unterschiedlichen DigiMath4Edu Projekte machen (wie z.B. die Erprobung der Einbindung von VR-Anwendungen in den Regelunterricht), ist dabei für sie nicht nur motivierend, sondern

bietet auch vielfältige und interessante Perspektiven – also genau das, was wir uns für unsere Lernenden wünschen.

Wir sind zuversichtlich, die bisher gewonnenen Expertise nun auch in die anderen Fachschaften tragen zu können, sodass das Projekt auch über die Mathematik hinaus wirken kann.

Digitallabor

Im Rahmen des innovativen Universitätsprojekts DigiMath4Edu hat die St.-Franziskus-Schule in Olpe einen großen Schritt in Richtung zukunftsorientierter Bildung gemacht. Mit der Einrichtung eines hochmodernen Labors im 2. Stock der Schule, ausgestattet mit drei Prusa 3D-Druckern, 14 VR-Brillen Meta Quest 2 und mehreren Spike-Prime Legorobotern, wird die Mathematikausbildung auf ein neues Level gehoben. Die 3D-Drucker im Labor ermöglichen es den Lehrkräften, mathematische Modelle und Konzepte greifbar zu machen. Durch das Erstellen von physischen Modellen geometrischer Körper wird der Mathematikunterricht nicht nur interaktiver, sondern auch anschaulicher für die Schüler. Die VR-Brillen bieten eine immersive Lernerfahrung und eröffnen neue Wege, komplexe mathematische Theorien in einer virtuellen Umgebung zu erkunden und zu visualisieren. Die Spike-Prime Legoroboter ergänzen das Angebot und werden insbesondere im Bereich der angewandten Mathematik und Informatik eingesetzt. Hauptsächlich genutzt wird das Labor von den Mathematiklehrern der Schule, die es für die Unterrichtsvorbereitung und -umsetzung verwenden. Es ermöglicht ihnen, den Mathematikunterricht lebendig und modern zu gestalten, und trägt wesentlich dazu bei, die Schüler für mathematische Inhalte zu begeistern. Ein weiterer wichtiger Aspekt dieses Projekts ist die langfristige Perspektive. Nach dem Ende des Projektjahres verbleiben die Geräte an der Schule und stehen somit dauerhaft für den Unterricht zur Verfügung. Dies bietet den Lehrkräften die Möglichkeit, kontinuierlich neue Lehrmethoden zu integrieren und den Mathematikunterricht fortlaufend zu bereichern und zu verbessern. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das DigiMath4Edu-Projektbüro an der Sankt Franziskus Schule in Olpe ein bedeutender Meilenstein in der Entwicklung einer modernen und technologiegestützten Bildung darstellt. Es ermöglicht nicht nur einen anschaulicheren und interaktiveren Mathematikunterricht, sondern bereitet die Schüler auch optimal auf die Herausforderungen einer digitalen Zukunft vor.



Kreise, Prismen und Zylinder – Selbstständiges Arbeiten mit GeoGebra

Eigenverantwortliche Wiederholung für die Klassenarbeit mit GeoGebra-Applet

Zur Konzeption

In diesem innovativen Unterrichtsentwurf, entstanden im Rahmen des Projekts DigiMath4Edu, entdecken und vertiefen Schülerinnen und Schüler der 9. Klasse eigenständig die Welt der Geometrie durch eine intensive Auseinandersetzung mit Kreisen, Prismen und Zylindern mit einem Geogebra-Applet. Der Kurs insgesamt führt die Lernenden durch eine sorgfältig strukturierte Serie von Lektionen, die darauf abzielen, das Vorwissen zu aktivieren und tief in die Materie der geometrischen Formen und deren Anwendungen einzutauchen. Die Unterrichtseinheit ist so gestaltet, dass sie den Schülerinnen und Schülern nicht nur reines Fachwissen vermittelt, sondern sie auch dazu anregt, geometrische Probleme sowohl aus mathematischer als auch aus alltagsbezogener Perspektive zu betrachten und zu lösen. Durch die Nutzung des GeoGebra-Applets in der eigenverantwortlich gestalteten Unterrichtsstunde haben die Lernenden die Möglichkeit, ihre Kenntnisse selbstständig zu erweitern und zu überprüfen, was das Lernen interaktiver und differenzierter macht, sowie eine spannende Ergänzung zum klassischen Unterricht bedeutet.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der Kurs ist besonders wertvoll, da er das argumentative und kommunikative Vermögen der Schüler fördert, indem er sie ermutigt, ihre Gedankengänge zu dokumentieren und in Gruppenarbeit zu diskutieren. Dies bereitet sie nicht nur auf die Klassenarbeiten vor, sondern schärft auch ihre allgemeinen Problemlösungsfähigkeiten und ihre Fähigkeit, mathematische Konzepte praktisch anzuwenden.

Kreise, Prismen und Zylinder – Selbstständiges Arbeiten mit GeoGebra

Eigenverantwortliche Wiederholung für die Klassenarbeit mit GeoGebra-Applet (Jahrgangsstufe 9)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler lösen inner- sowie außermathematische Problemstellungen mithilfe von Kreisen, Kreisteilen, Prismen und Zylindern.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler unterscheiden die verschiedenen geometrischen Figuren und Körper, indem sie diese passend zur entsprechenden Situation auswählen.

Die Schülerinnen und Schüler berechnen Flächeninhalte und Volumina, sowie Längen, indem sie unter anderem Äquivalenzumformungen anwenden.

Die Schülerinnen und Schüler argumentieren und üben die Fachsprache ein, indem sie miteinander kommunizieren, um die passenden Figuren/ Körper, sowie Formeln zu verwenden.

Die Schülerinnen und Schüler optimieren ihren Lernprozess und vertiefen ihr Fachwissen, indem sie ihre Arbeitsschritte dokumentieren und digitale Werkzeuge (Taschenrechner, GeoGebra-Applet) nutzen.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Vorwissen aktivieren
2	Kreisumfang und Kreisfläche
3	Kreise im Sachkontext
4	Kreisteile
5	Äquivalenzumformungen
6	Flächen bei Prismen und Zylindern
7	Anwendungsaufgaben
8	Volumina von Prismen und Zylindern
9	Anwendungsaufgaben
10	Das Prinzip von Cavalieri
11	Eigenverantwortliche Wiederholung für die Klassenarbeit mit GeoGebra-Applet
12	Klassenarbeit

Eigenverantwortliche Wiederholung für die Klassenarbeit mit GeoGebra-Applet

Jahrgangsstufe 9

Benötigte Materialien:

- iPads + iPad-Stifte
- GeoGebra

Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min Hinweis: Dies ist eine EVA-Stunde ohne Lehrkraft

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Einstieg	Wiederholung der inhaltlichen Aspekte der Unterrichtsreihe	Die SuS können in ihrem eigenen Tempo Wissen aus den vergangenen Unterrichtsstunden anschaulich nachlesen.	EA, GeoGebra-Applet
10 Min	Vertiefung/ Erarbeitungsphase	Vertiefendes Verständnis der Unterrichtsinhalte	Auf sehr anschauliche Weise können SuS Hintergründe/ Herleitungen erfahren. Dadurch wird direkt eine erste Differenzierung angeboten. Leistungsstärkere SuS können sich intensiver mit einer Herleitung/ einem Hintergrund beschäftigen, während leistungsschwächere SuS vornehmlich die wiederholenden Erklärungen nutzen. Es besteht allerdings die Gefahr, dass die SuS den Blick für das Wesentliche verlieren bzw. zu wenig Fachwissen besitzen, um Wesentliches von vertiefenden Informationen zu unterscheiden.	EA, GeoGebra-Applet
25 Min	Erarbeitungsphase	Anwendung & Überprüfung des Wissens	Die SuS bearbeiten am Ende jedes Kapitels eine Aufgabe, mithilfe derer sie ihr Fachwissen überprüfen können.	EA, GeoGebra-Applet
12 Min	Sicherung	Sicherung des Wissens	Die SuS überprüfen ihre Aufgaben/ Lösungen selbstständig mithilfe des Programms.	EA, GeoGebra-Applet
3 Min	Reflexion	Reflexion/ Nutzenbilanz des Vorgehens	Die SuS geben Feedback zur Methode und zum Applet und reflektieren Vor- und Nachteile/ Nutzen des Applets.	Plenum

Kreise, Prismen und Zylinder

Aufgabe:

Öffne das GeoGebra Buch auf deinem iPad und bearbeite selbstständig die einzelnen Kapitel.

<https://www.geogebra.org/m/qxavjghh#material/uenrh3vp>





Navigieren im Raum – Die faszinierende Welt der analytischen Geometrie mit VR erkunden („Math goes 3D“)

Einführung in die Analytische Geometrie – Mathe goes 3D

Zur Konzeption

Der vorliegende Unterrichtsentwurf aus dem Bereich der analytischen Geometrie für den Unterricht einer Qualifikationsphase an Gymnasien wurde in Kooperation mit einer Lehrkraft und dem DigiMath4Edu-Team entwickelt. Der Fokus liegt auf der räumlichen Anschauung und „Navigation“ durch den dreidimensionalen Raum. Ziel ist es, Schülerinnen und Schüler nicht nur mit den theoretischen Aspekten der analytischen Geometrie vertraut zu machen, sondern sie auch praktisch in die Lage zu versetzen, mathematische Probleme in drei Dimensionen zu lösen. Durch den Einsatz von Virtual-Reality-Brillen bietet der Entwurf eine innovative und interaktive Methode, um Schülerinnen und Schülern das Verständnis für komplexe geometrische Konzepte zu erleichtern. Die Schülerinnen und Schüler lernen Punkte, Vektoren und Objekte im Raum zu visualisieren und zu manipulieren, wobei die VR-Technologie es ermöglicht, mathematische Inhalte auf eine neuartige Weise zu erkunden. Besonders interessant ist dabei die Arbeit der Schülerinnen und Schüler in Tandems mit und ohne Brille. Dieses Informationsungleichgewicht führt zu reichhaltigen Auseinandersetzungen mit den Inhalten der analytischen Geometrie und schult das Vorstellungsvermögen sowie die fachsprachliche Ausdrucksfähigkeit.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die App dazu wurde für den spezifischen Anwendungsfall in DigiMath4Edu entwickelt und steht nun zum Download für Interessierte bereit. Der vorliegende Unterrichtsentwurf bietet eine spannende Ressource für Lehrkräfte, die daran interessiert sind, moderne Technologien experimentell in ihren Unterricht zu integrieren und Schülerinnen und Schülern ein tieferes Verständnis des dreidimensionalen Raumes zu vermitteln.

Navigieren im Raum – Die faszinierende Welt der analytischen Geometrie mit VR erkunden („Math goes 3D“)

Einführung in die Analytische Geometrie – Mathe goes 3D (Jahrgangsstufe Q1)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können sich im Rahmen der Analytischen Geometrie im Raum orientieren

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler lernen das 3D Koordinatensystem und die 3 Achsen kennen, indem sie in der App die Achsen mit den Begriffen „Höhe, Breite und Tiefe“ des Quaders in Verbindung bringen.

Die Schülerinnen und Schüler können die Koordinaten von Punkten im Raum bestimmen, indem sie in der App senkrecht auf die Achsen schauen und die Koordinaten Stück für Stück ablesen.

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen ihr neu erworbenes Wissen über Punkte im Raum, indem sie Punkte innerhalb und außerhalb des Quaders nennen.

Die Schülerinnen und Schüler lernen den Vektor als Möglichkeit einer Verschiebung kennen, indem ein weiterer verschobener Quader betrachtet wird und eine Systematik zwischen Punkt und Bildpunkt herausgestellt wird.

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen ihr technisches Verständnis, indem sie möglichst eigenständig mit dem Medium „VR-Brille“ arbeiten.

Die Schülerinnen und Schüler stärken ihr kommunikativen Kompetenzen, indem sie sich wechselseitig mit ihrem Partner (einer mit einer ohne VR-Brille) über mathematische Inhalte kommunizieren.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Einführung in die Analytische Geometrie – Mathe goes 3D
2	Von der VR-Brille auf Papier – Zeichnen von geometrischen Objekten im Raum
3	Punkte und Vektoren im Raum
4	Geraden im Raum mit EdvR
5	Spurpunkte
6	Bewegungsaufgaben im Raum

Einführung in die Analytische Geometrie – Mathe goes 3D

Jahrgangsstufe Q1

Benötigte Materialien:

- VR-Brillen

Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	Die Fußballbilder werden als Einstieg gezeigt. Im Laufe wird eine Diskussion um die Frage, ob der Ball im Tor ist oder nicht geführt. Diese wird dann von den SuS auf eine mathematische Ebene gebracht.	Der offene Einstieg und der Inhalt dient zur Motivation der SuS. Auch geht es zunächst „nur“ um praktische Aspekte und noch nicht um eine mathematische Dimension. Später dient die Auseinandersetzung dazu, auf Blickwinkel, Achsen und die Problematik 3D auf 2D abzubilden.	Plenum
35 Min	Erarbeitung	Die SuS bearbeiten das AB00.	PA ist hier sinnvoll, da die SuS somit viel Zeit in der APP verbringen und damit viele Erfahrungen sammeln. Zudem führt der ständige Dialog/Austausch zu einem tieferen Verständnis da die Dinge sehr exakt beschrieben werden müssen.	Partnerarbeit
10 Min	Sicherung	Die SuS präsentieren wechselseitig ihre Ergebnisse an der Tafel u.a auf der 2D Projektion. Im Anschluss wird eine zunächst offene und im weiteren Verlauf geschlossene U-Gesprächsführung stattfinden. Die Lehrkraft stiftet „positive Verwirrung“ und setzt ggf neue Impulse	Um das Gelernte zu verifizieren und abzusichern sollen die SuS im Plenum über ihre Ergebnisse diskutieren. Nach Möglichkeit kommen viele SuS zu Wort bzw. an die Tafel und ihnen ein Gefühl der Sicherheit zu vermitteln. Der Sprung auf 2D vertieft das Wissen zudem.	Plenum
10 Min	Reflexion	Metakognitive Fragen (vgl. Dokumente) werden an die SuS gestellt.	Die Metareflexion sowohl auf der inhaltlichen als auch auf der methodischen Ebene (VR-Brillen, PA) runden die Stunde ab und ermöglichen auch eine langfristige Behaltensleistung auf Seiten der SuS.	Plenum

Analytische Geometrie – Mathe goes 3D

Setzt die Brille auf, legt eine Spielumgebung fest und startet die Software "Quader mit Koordinatengitter" mit Hilfe der Anleitung in Teams. Ihr werdet im Folgenden „Schüler*in A“ und „Schüler*in B“ genannt.



Aufgabe 1:

Bearbeitet nun die folgenden Fragen. Wechselt nach jeder Teilaufgabe die VR-Brille.

- a) **Schüler*in A** beschreibt **Schüler*in B** das „Setting“ und nimmt Stellung zu Achsen und geometrischen Körpern.

Skizze von B:

- b) **Schüler*in B** beschreibt, welche Kanten der Figur (z.B. AB) der Höhe, der Breite und der Tiefe der Figur entsprechen und ordnet zusätzlich zu, welche der 3 Achsen (x_1, x_2, x_3) jeweils parallel dazu verlaufen.

	Kante	Achse
Höhe:		
Breite:		
Tiefe:		

Aufgabe 2:

- a) **Schüler*in A** nennt die Koordinaten der folgenden 4 Punkte. $P(x_1|x_2|x_3)$.

$$A(\quad | \quad | \quad); B(\quad | \quad | \quad); C(\quad | \quad | \quad); H(\quad | \quad | \quad)$$

- b) **Schüler*in B** springt in **LEVEL 2** und prüft, ob die Angaben von **Schüler*in A** stimmen.

Schüler*in B nennt zudem die Koordinaten von 4 weiteren Punkten:

$$D(\quad | \quad | \quad); E(\quad | \quad | \quad); F(\quad | \quad | \quad); G(\quad | \quad | \quad)$$

Aufgabe 3:

- a) **Schüler*in A** zieht die Brille auf und springt in **LEVEL 3**. **Dort** kontrolliert er/sie, ob die Koordinaten aller Punkte richtig sind.

Nennt gemeinsam die folgenden Eigenschaften des Quaders:

Breite: _____ Höhe: _____ Tiefe: _____

- b) **Schüler*in A** nennt 3 Punkte, welche **innerhalb des Quaders** liegen.

$$P1(\quad | \quad | \quad); P2(\quad | \quad | \quad); P3(\quad | \quad | \quad)$$

- c) **Schüler*in B** setzt die Brille erneut auf und nennet 3 Punkte, welche **außerhalb des Quaders** liegen.

$$P4(\quad | \quad | \quad); P5(\quad | \quad | \quad); P6(\quad | \quad | \quad)$$

- d) Nennt gemeinsam 3 Punkte, die in **drei verschiedenen** der sechs Flächen liegen.

$$P7(\quad | \quad | \quad); P8(\quad | \quad | \quad); P9(\quad | \quad | \quad)$$

Aufgabe 4:

- a) **Schüler*in B** springt in **LEVEL 4**. Ihr seht nun einen roten Quader. **Schüler*in B** nennt die Koordinaten der folgenden Punkte:

$$A'(\quad | \quad | \quad); B'(\quad | \quad | \quad); C'(\quad | \quad | \quad); D'(\quad | \quad | \quad)$$

- b) **Schüler*in A** zieht die Brille auf und nennt die Koordinaten der folgenden Punkte:

$$E'(\quad | \quad | \quad); F'(\quad | \quad | \quad); G'(\quad | \quad | \quad); H'(\quad | \quad | \quad)$$

- c) **Schüler*in A** springt in **LEVEL 5** und überprüft alle Punkte des roten Quaders.
 d) Der rote Quader ist mit einer Verschiebung durch einen Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ aus dem “ursprünglichen” Quader hervorgegangen.
 Nennt gemeinsam den konkreten Vektor $\vec{v} =$

Aufgabe 5:

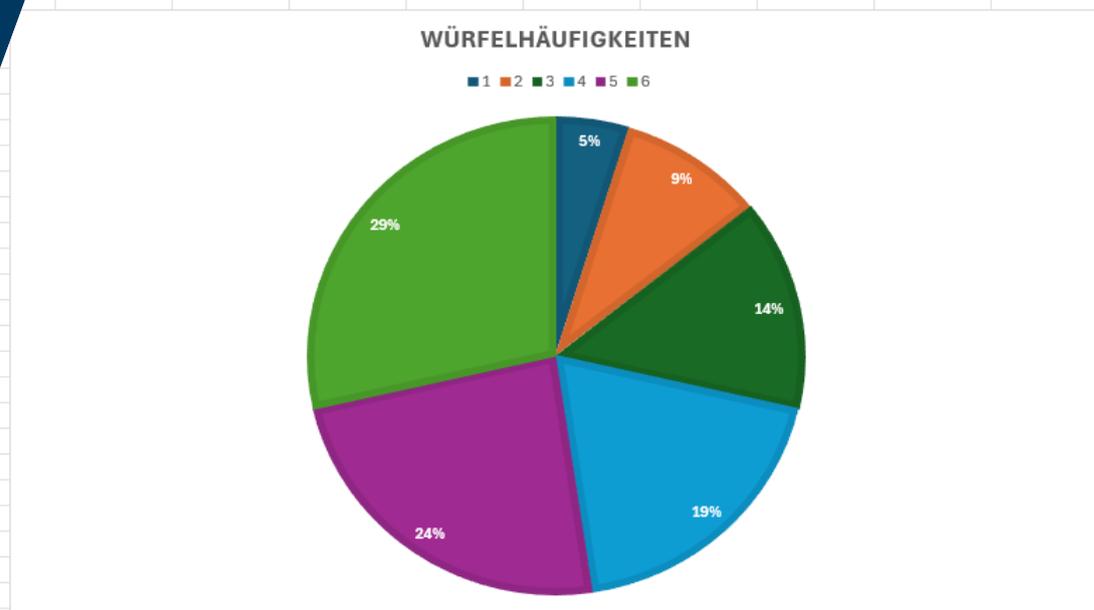
Geht in unseren Teams-Kanal und ladet euch aus dem Ordner „Geraden“ das Dokument 01 herunter und vergleicht das 2D Bild mit der 3D Umgebung aus der VR-Brille.

- a) Stellt damit heraus, wo Vor- und Nachteile der VR-App gegenüber dem Arbeiten auf Papier liegen.
 b) Erklärt, wie man ein 3D-Objekt samt Koordinatensystem auf Papier zeichnet.

★ **Bonusaufgabe:**

Überlegt gemeinsam, wie man den Punkt $A(4|-1|1)$ an allen 3 Koordinatenebenen (x_1x_2 -, x_1x_3 - oder x_2x_3 -)Ebene spiegelt und nennt die jeweiligen Koordinaten:

$$A1(\quad | \quad | \quad); A2(\quad | \quad | \quad); A3(\quad | \quad | \quad)$$



Stochastik in Aktion – Ein aktivierender Unterrichtsentwurf mit 3D-Druck-Objekten und Excel

„Da stimmt etwas nicht!“ Wiederholung abs./rel. Häufigkeit, Wahrscheinlichkeitsbegriff, Diagramme in Excel

Zur Konzeption

Der vorliegende Unterrichtsentwurf beschäftigt sich mit den Themen stochastische Prozesse, Wahrscheinlichkeiten und deren Anwendungen. Entwickelt für die 9. Klasse der Realschule, verbindet dieser klassische Zugänge zu Wahrscheinlichkeiten mit modernen Technologien wie 3D-Druck und digitaler Datenverarbeitung durch Microsoft Excel. Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Gelegenheit, tief in die Welt der Zufallsexperimente einzutauchen, indem sie die Konzepte der absoluten und relativen Häufigkeit sowie Wahrscheinlichkeit praktisch in einem Spielkontext anwenden. Ein zentrales Element des Kurses ist die Verwendung und Analyse von spezifischen in der Vorbereitung 3D-gedruckten Würfeln, sowie die Zusammenfassung und Aufbereitung der Ergebnisse durch die Schülerinnen und Schüler mit Excel. Der Einsatz dieser Medien fördert nicht nur ein praktisches Verständnis stochastischer Prozesse, sondern stärkt auch die Medienkompetenz der Lernenden durch den Umgang mit fortgeschrittenen Werkzeugen und Programmen.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der Beitrag bietet einen tiefen Einblick in die methodischen und didaktischen Entscheidungen hinter dem Entwurf und zeigt auf, wie digitale Medien das Lernen gehaltvoll anreichern können. Die Leserinnen und Leser erfahren, wie man einen motivierenden und berufsorientierenden Mathematikunterricht gestaltet, der sowohl fachliche als auch überfachliche Kompetenzen stärkt. Dieser Unterrichtsentwurf ist ideal für Lehrkräfte, die nach innovativen Ansätzen suchen, um Mathematik mit 3D-Druck und MS Excel lebendig und greifbar zu machen.

Stochastik in Aktion – Ein aktivierender Unterrichtsentswurf mit 3D-Druck-Objekten und Excel

„Da stimmt etwas nicht!“ Wiederholung abs./rel. Häufigkeit, Wahrscheinlichkeitsbegriff, Diagramme in Excel (Jahrgangsstufe 9)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler wiederholen und vertiefen die Begriffe „relative Häufigkeit“, „Wahrscheinlichkeit“ und „Laplace-Experiment“ unter Anwendung des Tabellenkalkulationsprogramms Excel im anwendungsorientierten Kontext 3D-Druck eines Spielwürfels.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler ermitteln absolute und berechnen relative Häufigkeiten, indem sie verschiedene Zufallsexperimente 100-200 mal durchführen.

Die Schülerinnen und Schüler stellen ihre Ergebnisse grafisch dar, indem sie die Zahlenwerte direkt in eine geeignete Excel-Tabelle eingeben und daraus ein Säulendiagramm erstellen.

Die Schülerinnen und Schüler stärken ihre Medienkompetenz, indem sie zunächst eine geeignete Tabelle erstellen und diese in ein überschaubares Diagramm verwandeln, welches die Änderungen in der Tabelle direkt anzeigt.

Die Schülerinnen und Schüler bewerten die Ergebnisse und kommunizieren in mathematischer Fachsprache, indem sie die Diagramme auswerten und Erklärungen für unerwartete Diagramme suchen.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Die Schülerinnen und Schüler sollen Überlegungen notieren, wie man einen Würfel verändern kann, so dass er nicht mehr fair ist. Diese Überlegungen sollen dann im Design eines selbstgedruckten Würfels umgesetzt werden.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	„Da stimmt etwas nicht!“ Wiederholung abs./rel. Häufigkeit, Wahrscheinlichkeitsbegriff, Diagramme in Excel
2	„Wie zinkt man einen Würfel?“ Diskussion der Diagramme und relativen Häufigkeiten, Überlegungen zur Erstellung eines unfairen Würfels
3	„Wie erstellt man ein 3D-Modell?“ Einführung und erste Ergebnisse mit Tinkercad
4	„Vom Modell zum Würfel“ Slicen und drucken
5	„Macht der Würfel, was es soll?“ Auswertung durch Ausprobieren des selbst designten Würfels

„Da stimmt etwas nicht!“ Wiederholung abs./rel. Häufigkeit, Wahrscheinlichkeitsbegriff, Diagramme in Excel

Jahrgangsstufe 9

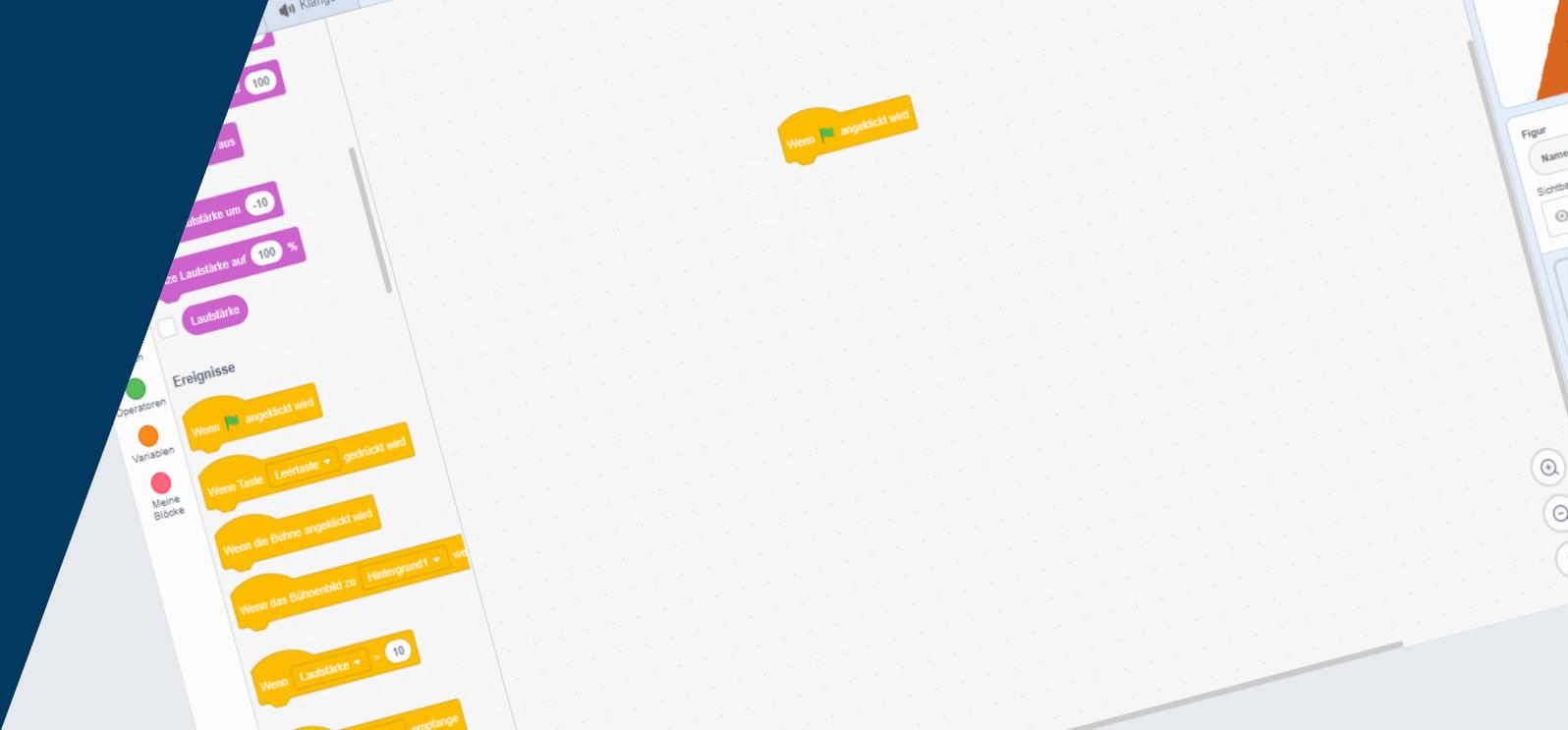
Benötigte Materialien:

- 3D-Drucker
- Beamer/Smartboard
- MS Office
- iPads + iPad-Stifte

Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
7 Min	Einstieg	Begrüßung Vorstellung des Stundenthemas mit Hilfe des Tafelbildes und der Zufallsgeräte	Informierender Einstieg/ Transparenz Die Zufallsgeräte werden hier zeitaufwändig eingesetzt, weil das Thema Wahrscheinlichkeit in der Klasse 7/8 aufgrund von Corona auf Distanz unterrichtet wurde.	Unterrichtsgespräch Material für Zufallsexperimente: zwei Glücksräder, zwei Reißzwecken, zwei Oktaeder, zwei Dodekaeder und zehn Hexaeder (4 davon manipuliert). Alle Hexaeder wurden von den Unterrichtsassistenten gedruckt, so dass man optisch keinen Unterschied feststellen kann.
23 Min	Erarbeitung 1	Die Schüler:innen erstellen zunächst eine Excel-Tabelle, richten das Diagramm ein und führen dann die Zufallsexperimente je 100 bis 150 mal durch. Die Werte werden direkt in Excel als Säulendiagramm dargestellt.	Aktivierung aller Schüler:innen Anwendung eines Tabellenkalkulationsprogrammes.	Zweierteams, die Schüler:innen aus dem Differenzierungskurs Informatik (und die Unterrichtsassistenten) helfen gegebenenfalls Tablet Microsoft Excel
15 Min	Sicherung 1	Anhand der Diagramme werden die Begriffe des Tafelbildes zunächst im Zweierteam auf das eigene Zufallsexperiment übertragen, indem die relativen Häufigkeiten des eigenen Zufallsexperiments berechnet werden. Alle Zweierteams laden die Diagramme im Klassenteam hoch, exemplarisch werden drei Diagramme besprochen.	Anwendung und Vertiefung der Begriffe Teams mit dem gleichen Zufallsgerät können ihre Werte auch addieren und beobachten, wie sich das Diagramm verändert. Ausgenommen sind die 10 Hexaeder.	Zweierteams, dann Unterrichtsgespräch Tablets Microsoft Teams Digitale Tafel
10 Min	Erarbeitung 2	„Da stimmt doch etwas nicht!?“ Die Schüler:innen sollen feststellen, dass die Diagramme einiger Hexaeder keine Gleichverteilung aufweisen und sollen mögliche Erklärungen für dieses Phänomen formulieren.	Kommunikation Die Schüler:innen sollen zu dem Schluss kommen, dass entweder die Anzahl der Würfe zu gering ist oder dass der Würfel manipuliert wurde.	Unterrichtsgespräch Diagramme

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Sicherung 2/ Ausblick	<p>Die Schüler:innen erhalten die Information, dass tatsächlich einige der Hexaeder gezinkt waren. Sie sollen überlegen, wie man einen Würfel zinken kann und diese Überlegungen zunächst im Zweierteam besprechen, dann als HA notieren.</p> <p>Ausblick: Design und Druck</p>	Problemlösung	<p>Unterrichtsgespräch</p> <p>Zweierteam</p>



Prozentrechnung neu entdecken – Kreatives Lernen mit Scratch

Scratch und Prozente

Zur Konzeption

Dieser Beitrag bietet einen spannenden Einblick in einen modernen und interaktiven Unterrichtsansatz zur Prozent- und Zinsrechnung für die 7. Klasse. Durch die Integration der visuellen Programmierumgebung Scratch ermöglicht dieser Unterrichtsentwurf es den Schülerinnen und Schülern, ihr mathematisches Verständnis auf kreative und technologiegestützte Weise zu vertiefen. Ziel des Unterrichts ist es, die Schülerinnen und Schüler dazu zu befähigen, Prozentrechnungen nicht nur zu verstehen und anzuwenden, sondern auch selbst Aufgaben zu entwickeln und diese digital zu lösen. Die Schülerinnen und Schüler werden durch eine Reihe von Lernschritten geführt, die von der Bestimmung von Prozentsätzen bis hin zum Einsatz von Prozenten in realen Lebenssituationen reichen. Sie nutzen Scratch, um einen Pool von Aufgaben zu erstellen, die dann untereinander gelöst und bewertet werden. Dies fördert nicht nur die mathematische Kompetenz, sondern auch die Fähigkeit zur kritischen Reflexion und zum Feedbackgeben.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der vorliegende Entwurf dokumentiert die Planung, Durchführung und Reflexion der Unterrichtseinheit und zeigt exemplarisch auf, wie digitale Medien das Lernen bereichern können. Er ist eine interessante Ressource für Lehrkräfte, die interessiert sind, innovative Technologien in den Mathematikunterricht zu integrieren und die Motivation sowie das Engagement der Schülerinnen und Schüler durch aktives und kreatives Lernen zu steigern.

Prozentrechnung neu entdecken – Kreatives Lernen mit Scratch

Scratch und Prozente (Jahrgangsstufe 7)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler können selbstständig Aufgaben zur Prozentrechnung entwickeln und lösen

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler machen sich die drei möglichen Fälle von Prozentaufgaben bewusst, indem sie ihr bisheriges Übungsmaterial strukturiert lesen und vorbereiten.

Die Schülerinnen und Schüler reflektieren über differenzierte Schwierigkeitsniveaus, indem sie sich mit ihrem Partner austauschen und sich absprechen.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen Scratch als praktisches Hilfsmittel zum Erstellen von diversem Übungsmaterial, indem sie ihre Fähigkeiten im Umgang mit dem Programm aus Klassen 5 und 6 auf die aktuelle Situation übertragen.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen ein vertiefendes Lernangebot an Übungsaufgaben als Vorbereitung auf die Klassenarbeit, indem sie die Aufgaben ihrer MitschülerInnen bearbeiten.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Jede/r soll die Aufgaben von drei beliebigen Paaren vollständig lösen und daraufhin ein Feedback geben.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Prozentsätze bestimmen
2	Prozentwerte bestimmen
3	Grundwerte bestimmen
4	Überall Prozente
5	Scratch und Prozente

Scratch und Prozente

Jahrgangsstufe 7

Benötigte Materialien:

- iPads + iPad-Stifte + App Scratch
- Beamer + Apple TV

Unterrichtsverlaufsplan 1x60 Min

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Ankommen und rechnen.	Austauschen in Paaren über die erstellten Aufgaben. Die SuS lösen gegenseitig ihre Aufgaben	Die SuS nutzen ihre fachlichen als auch sozialen und methodischen Kompetenzen um gemeinsam aus 2n Aufgaben, n auszuwählen. Das Rechnen der Aufgaben des Partners führt sie gut in die Stunde ein	PA
5 Min	Auswählen und optimieren	Die SuS wählen 3 bis 4 ihrer Aufgaben so aus, dass ihrer Meinung nach die besten Aufgabe gewählt werden. Ggf. können kleine Optimierungen vorgenommen werden.	Das Auswählen fordert und fördert megakognitive Kompetenzen auf Seiten der SuS. Das Optimieren stärkt zudem die Zusammenarbeit untereinander	PA
40 Min	Programmieren	Die SuS programmieren mit Scratch einen „Aufgabenpool“ für ihre MitschülerInnen und speichern diese ab.	Die sozialen Kompetenzen der SuS werden gestärkt und gefördert. Aufbauend auf ihrem Wissen über Scratch wirkt das Setting motivierend auf alle Beteiligten.	PA, Tablett oder Laptop. USB-Stick oder Sichern über Cloud der Dateien
10 Min	Sicherung und Reflexion	Die SuS reflektieren ihr inhaltliches und methodisches Vorgehen.	Die Metareflexion sichert das inhaltliche Wissen nochmal ab. Die inhaltliche Reflexion führt dazu, dass die SuS die Sinnhaftigkeit des Vorgehens erkennen.	Plenum, U-Gespräch
Puffer	Übungsphase	Die SuS lösen Aufgaben ihrer Mitschüler.	Das inhaltliche Arbeiten gibt den SuS noch mehr Sicherheit in Vorbereitung auf die Klassenarbeit.	EA, digitales Endgerät

Schreibe deinen eigenen Rechentrainer zur Prozentrechnung

Material: Hole dir ein iPad und nutze deine bisherigen Notizen zu diesem Thema.

Nutze die von dir entwickelten vier Aufgaben zur Prozentrechnung, in denen jeder Wert (p , G und W) einmal gesucht ist, um einen Rechentrainer zur Prozentrechnung mithilfe von Scratch zu programmieren.

Die folgenden Aufgaben erledigst du immer gemeinsam mit deinem Partner/deiner Partnerin:

Aufgabe 1:

Tauscht euch über eure Aufgaben aus und wählt die vier geeignetsten Aufgaben für euren Rechentrainer aus. ACHTUNG: Es muss jeder Wert (p , G und W) einmal gesucht sein.

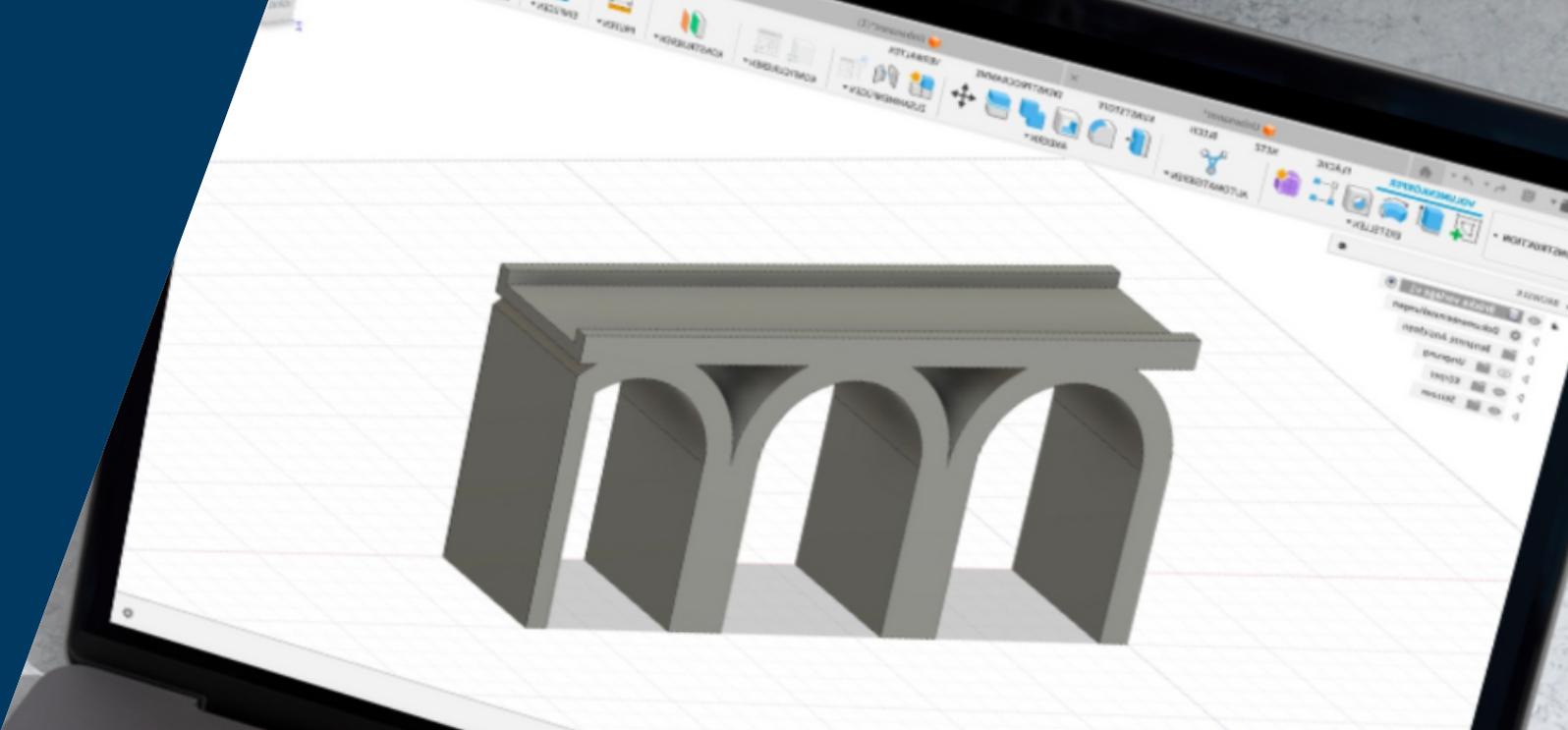
Aufgabe 2:

Programmiert gemeinsam in Scratch zu allen vier ausgewählten Aufgaben einen Rechentrainer für eure Mitschüler:innen. Der Rechentrainer soll jeweils eine Rückmeldung geben, ob die Eingabe richtig oder falsch ist.

Abschließend ladet ihr euer Programm in unsere Cloud, damit es von allen getestet werden kann.

Wählt als Dateinamen den folgenden Schlüssel:

Rechentrainer_Prozentrechnung_Nachname1_Nachname2.sb3



Brücken bauen mit quadratischen Funktionen - Von der mathematischen Theorie zur Anwendung mit CAD

Modellierung einer Autobahnbrücke mithilfe von quadratischen Funktionen

Zur Konzeption

Das vorliegende Buch führt an dieser Stelle in einen dynamischen und anwendungsorientierten Unterrichtsentwurf ein, der Schülerinnen und Schüler der 9. Klasse durch die spannende Welt der quadratischen Funktionen begleitet. Mit einem besonderen Schwerpunkt auf der praktischen Anwendung mathematischer Konzepte, kombiniert dieser Lehrgang traditionelle Unterrichtsmethoden mit modernen digitalen Werkzeugen, insbesondere dem CAD-Programm Fusion 360, um ein tieferes Verständnis und Interesse der Schülerinnen und Schüler zu fördern. Der Einsatz des 3D-Drucks erhöht zusätzlich die Motivation und eröffnet neuartige haptische Lernmöglichkeiten auch für den weiterführenden Mathematikunterricht. Der Unterrichtsplan gliedert sich in mehrere Phasen, beginnend mit einer Wiederholung linearer Funktionen, gefolgt von einer Einführung in die Parameter quadratischer Funktionen und schließlich der Anwendung dieser Kenntnisse zur Modellierung realer Objekte wie Autobahnbrücken. Dieser praxisnahe Ansatz ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, ihre mathematischen Fähigkeiten in realen (und leider sehr aktuellen regionalen) Kontexten zu testen und zu verfeinern, was das Lernen greifbar und motivierend macht.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Der Entwurf verdeutlicht, wie Lehrkräfte quadratische Funktionen effektiv vermitteln können, indem sie kreatives Denken und Problemlösungsfähigkeiten fördern. Er bietet zudem Einblicke in die Herausforderungen und Erfolge beim Einsatz von CAD-Technologie im Mathematikunterricht und illustriert, wie digitale Werkzeuge dazu beitragen können, mathematische Konzepte (digital) zu visualisieren.

Brücken bauen mit quadratischen Funktionen - Von der mathematischen Theorie zur Anwendung mit CAD

Modellierung einer Autobahnbrücke mithilfe von quadratischen Funktionen (Jahrgangsstufe 9)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler modellieren außermathematische Problemstellungen mithilfe von quadratischen Funktionen und dem CAD-Programm Fusion 360.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler wenden quadratische Funktionen zur Lösung außermathematischer Problemstellungen an, indem sie Annahmen treffen, diese auf ein Modell anpassen und anschließend überprüfen.

Die Schülerinnen und Schüler vertiefen ihre arithmetischen Fähigkeiten, indem Sie lineare Gleichungssysteme lösen.

Die Schülerinnen und Schüler stellen Funktionen als Graphen dar, indem sie maßstabsgerechte Darstellungen mit situationsgerecht ausgewählten Einheiten erstellen.

Die Schülerinnen und Schüler treffen abschließend begründete und passende Annahmen, indem sie in den Arbeitsphasen miteinander kommunizieren und für ihren Standpunkt argumentieren.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Einstieg über Wiederholung der linearen Funktionen
2	Quadratische Funktionen und ihre Parameter kennen lernen
3	Quadratische Funktionen zeichnen
4	Scheitelpunkt quadratischer Funktionen
5	Verschieben, Strecken und Spiegeln
6	Normalform
7	Quadratische Ergänzung
8	Aufgaben im Anwendungskontext
9	Aufstellen quadratischer Funktionen
10	LGS aufstellen und lösen
11	Wiederholung & Training für die Klassenarbeit
12	Modellierung einer Autobahnbrücke mithilfe von quadratischen Funktionen
13	Transfer der modellierten Brücken in das CAD-Programm Fusion 360

Modellierung einer Autobahnbrücke mithilfe von quadratischen Funktionen

Jahrgangsstufe 9

Benötigte Materialien:

- 3D-Drucker
- iPads +iPad Stifte

Unterrichtsverlaufsplan 1x120 Min (2x60 Min)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg	Kennenlernen des Kontextes	Die SuS erhalten mithilfe eines Bildes einen Einblick in den Anwendungskontext, der für sie einen hohen Bezug zur Lebenswelt hat, da viele die gesprengte Talbrücke Eisern kennen. Dies fördert die Motivation. Sie erhalten zudem alle nötigen Informationen für die Durchführung der Unterrichtseinheit.	Plenum, interaktive Tafel, AB (dieses Arbeitsblatt wurde mithilfe der KI ChatGPT erstellt)
50 Min	Erarbeitungsphase	Vertiefendes Verständnis der bisherigen Unterrichtsinhalte (u.a. Aufstellen quadratischer Funktionen, maßstabgerechtes Zeichnen)	<p>Die SuS nutzen ihr Wissen der Unterrichtseinheit, um auf Grundlage der tatsächlichen Begebenheiten mithilfe quadratischer Funktionen eine Brücke zu modellieren. Die Arbeit in Gruppen unterstützt schwächere SuS und gibt aber auch stärkeren SuS die Möglichkeit, beispielsweise unkonventionelle Ideen umzusetzen. Hierbei gilt es zu beachten, dass sich die Arbeit nicht unbedingt fair auf alle Gruppenmitglieder verteilt.</p> <p>Die SuS dürfen ihrer Kreativität freien Lauf lassen. Hierbei besteht allerdings die Gefahr, dass einzelne Gruppen nicht weitgehend genug denken, und beispielsweise Aspekte der Tragfähigkeit außer Acht lassen. Wir haben uns dennoch dazu entschieden, nicht anleitend in den Prozess einzugreifen, damit sie selbstbestimmt ihren Lösungsweg wählen können und ggf. am Endprodukt erfahren, wie stabil und alltagstauglich ihre Brücke ist.</p>	GA, AB

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
5 Min	Zwischensicherung	Reflexion der Methodik/ des Vorgehens/ Ausblick	Die SuS erhalten die Möglichkeit, zu überprüfen, ob ihre Konzepte den Bedingungen und Anforderungen entsprechen. Sie haben so die Gelegenheit ihre Arbeiten ggf. noch anzupassen oder zu verbessern. Die kurze Besprechung gibt gerade schwächeren Schülern Sicherheit und gibt einen Ausblick auf die weiteren Arbeitsschritte.	Plenum
10 Min	Einstieg	Einfinden in die Thematik/ Erarbeitung Werkzeugkompetenzen im Umgang mit dem CAD-Programm Fusion 360	Die SuS denken sich erneut in die Problematik ein und erhalten einen Input zum Umgang des CAD-Programms Fusion 360.	Plenum, Lehrervortrag, interaktive Tafel
25 Min	Erarbeitungsphase 1	Transfer der Zeichnung in das Computerprogramm	Die SuS übertragen ihre maßstabsgerechte Zeichnung möglichst genau in das Computerprogramm, bis es ihren Ideen und Vorstellungen entspricht. Da die SuS das erste Mal mit diesem Programm arbeiten, wird den meisten SuS der kurze Input vielleicht nicht ausreichen. So werden sie eventuell viel Unterstützung brauchen, so dass sie auch mehr Zeit für die Durchführung brauchen. Zudem birgt die Verwendung von Schultablets die Gefahr, dass es zu technischen Problemen kommen kann.	GA, Tablets mit Fusion 360
5 Min	Zwischensicherung	Umwandlung der erstellten Zeichnung in eine druckbare Datei	Die SuS erhalten durch die Lehrkraft und den Unterrichtsassistenten Unterstützung bei der Umwandlung der erstellten Zeichnung in eine g-code Datei.	GA, Tablets mit Fusion 360 & Cura
15 Min	Erarbeitungsphase 2	Druckprozess	Die SuS lassen ihre Brücken an den 3D-Druckern drucken. Hierbei können sie ganz direkt die Auswirkungen ihrer Überlegungen erfahrbar machen und veranschaulicht erleben. Dies wirkt motivierend.	GA, 3D-Drucker
5 Min	Sicherung/ Reflexion	Validieren/ Reflektieren Hinweis: Da der vollständige Druckprozess den Zeitrahmen der Unterrichtsstunde übersteigt, wird die Reflexion zum Teil in der Folgestunde durchgeführt.	Die SuS validieren enaktiv ihre Überlegungen und geben ein Feedback zu ihrer eigenen Brücke ab. Zudem reflektieren sie die Vorgehensweise und nennen kritische Punkte.	Plenum

Arbeitsblatt: Modellierung einer Autobahnbrücke

Aufgaben:

1. Modellierung des Ständerwerks:

- Verwende quadratische Funktionen, um das Ständerwerk der Autobahnbrücke A45 zu modellieren.
- Beachte die Maße: Länge 327 Meter, Höhe 51 Meter.



Figure 1: Talbrücke Eisern, Quelle: Siegener Zeitung

2. Berechnungen:

- Bestimme die Parameter deiner Funktionen, sodass sie die Maße der Brücke widerspiegeln.

3. Skizze:

- Erstelle eine Skizze deines Modells mit den Funktionen und Maßen.

4. Fusion 360:

- Übertrage dein Modell in Fusion 360.
- Beginne mit der Erstellung der digitalen Version für den 3D-Druck.

Hinweise:

- Denke daran, dass die Brücke realistisch und stabil modelliert werden muss.
- Überprüfe deine Berechnungen sorgfältig.
- Nutze verfügbare Ressourcen und Hilfsmittel.

<https://www.siegener-zeitung.de/lokales/siegerland/siegen/a45-talbruecke-eisern-sprengung-erfolgreich-alle-infos-im-liveticker-XOAKMWJN6ZFWPMG3W45G54ZX7I.html>

5

Unterrichtsskizzen für die Sekundarstufen

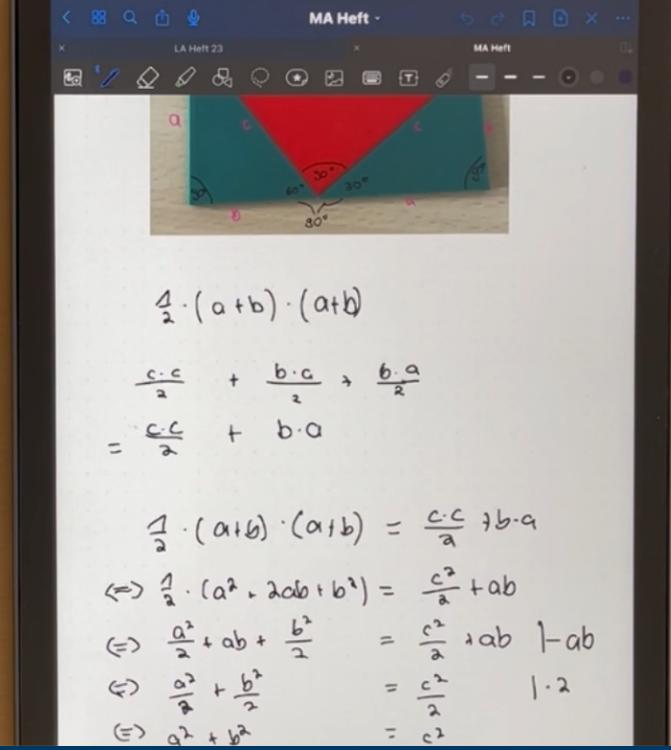
St.-Ursula-Gymnasium Attendorn

Schwerpunktthema: CAS, MMS oder WTR - Alternative Systeme als Ersatz für den GTR

Das St.-Ursula-Gymnasium in Attendorn besuchten im Projektzeitraum ca. 700 Schülerinnen und Schüler. Die Schule ist in Trägerschaft des Erzbistums Paderborn und zeichnet sich neben den allgemeinen didaktischen Profilen eines Gymnasiums durch besondere Schwerpunktsetzungen mit dem Angebot eines bilingualen Bildungsgangs, die fachliche Ausrichtung als MINT-freundliche-Schule, diverse musische Akzentsetzungen und durch die in allen Bereichen des Schullebens prägende Profilbildung des kirchlichen Schulträgers aus. Die Teilnahme am DigiMath4Edu-Projekt bot dem St.-Ursula-Gymnasium Attendorn die Möglichkeit, die Mathematiklehrerinnen und -lehrer ein Jahr lang bei der Weiterentwicklung ihrer professionellen Kompetenzen insbesondere im Umgang mit digitalen Medien durch die Universität Siegen begleiten zu lassen. Besonders positiv an dieser Begleitung war, dass das Projekt anstelle eines punktuellen Fortbildungsprogramms eine kontinuierliche Unterstützung der Lehrkräfte durch die Unterrichtsassistentinnen und -assistenten direkt in der Schule ermöglichte, so dass bislang weniger intensiv genutzte digitale Medien in verschiedenen Unterrichtsprojekten auf ihren möglichen Mehrwert bei der lernförderlichen Gestaltung des Mathematikunterrichts überprüft werden konnten. Im Fokus stand dabei nicht zuletzt der Einsatz von iPads im Mathematikunterricht der Einführungsphase. Hier wurde etwa der Nutzen von GeoGebra Books zur Umsetzung einer zunehmend individualisierten Lernförderung erprobt. Vor dem Hintergrund der Anforderungen des neuen Kernlehrplans Mathematik für die gymnasiale Oberstufe in Bezug auf den obligatorischen Einsatz modularer Mathematiksysteme und der Notwendigkeit, ab der aktuellen Einführungsphase einen Ersatz für den grafikfähigen Taschenrechner zu finden, wurden zudem zwei CAS-Apps für das iPad (CASeasy+ bzw. TI-Nspire CAS) auf ihre Eignung für den Oberstufenunterricht in Mathematik hin untersucht und ihre Einsatzmöglichkeiten an unterschiedlichen Themen erkundet. Dies sollte die Fachkonferenz in die Lage versetzen, auf der Grundlage konkreter Unterrichtserfahrungen mit beiden Apps eine fundierte Entscheidung zu treffen, wie der weitere Einsatz digitaler Werkzeuge möglichst effektiv ausgestaltet werden kann. Nach der ersten Auswertung der Ergebnisse wird die Teilnahme der Fachschaft Mathematik am DigiMath4Edu-Projekt als Bereicherung gewertet, die sicherlich eine nachhaltige Wirkung auf einzelne Unterrichtsmodule ausüben wird.

Digitallabor

Das St.-Ursula-Gymnasium liegt auf dem Kehlberg in Attendorn und auch das darin von DigiMath4Edu eingerichtete Digitallabor liegt weit oben, im vierten Stockwerk der Schule. Vor der Nutzung als Digitallabor diente der Raum als Ausleihraum für die angrenzende Schulbibliothek. Zudem befindet sich in der vierten Etage der Schule das Selbstlernzentrum. Dieses wird vor allem von Schüler:innen der Oberstufe in Pausen und Freistunden genutzt und sorgte während der Projektlaufzeit häufig für neugierige Blicke durch die Glastür auf die 3D-Drucker und die weiteren Medien. Für das Projekt DigiMath4Edu wurden am St.-Ursula-Gymnasium drei „Prusa Mk3i“-3D-Drucker mit Zubehör, wie dem Druckergehäuse, einem Luftfilter, Beleuchtung und reichlich Filament zum Drucken angeschafft. Weiterhin verfügt die Schule nun über vier „LEGO Education SPIKE-Roboter“ mit entsprechendem Erweiterungsset, acht „Oculus Quest 2“-VR-Brillen und fünf „Amazon-Echodots“. Diese Ausstattung wurde später noch ergänzt durch sieben Drohnen der Marke „Tello“, eine „dji Osmo Pocket 3“-4K-Kamera und ein Greenscreen-Filmset. Für die alltägliche Arbeit wurde weiterhin ein hp-Computer angeschafft. Mit diesem konnten z.B. schnell 3D-Entwürfe von dem CAD-Programm Tinkercad auf die SD-Karten der 3D-Drucker kopiert werden. Die Drucker befinden sich nebeneinander auf standsicheren Tischen, direkt neben einem Regal, das das Filament enthält. Trotz der geringen Größe des Raumes, besuchten uns im Laufe des Projektjahres immer wieder auch Schüler:innengruppen, sogar ganze Klassen mit 30 Schüler:innen waren bei uns zu Gast. Zudem konnten wir in unserem Digitallabor auch den 3D-Druck-Miniworkshop für interessierte Lehrkräfte des Gymnasiums stattfinden lassen.



Erklärvideos für die Satzgruppe des Pythagoras

Den Satz des Pythagoras auf verschiedene Arten „(zer)legen“ – Einen (Lege-) Beweis selbstständig nachvollziehen und für andere (als Lernvideo) aufbereiten

Zur Konzeption

Die Unterrichtsstunde befasst sich mit Beweisen des Satzes des Pythagoras mithilfe von haptischem Material. Das Material zu fünf unterschiedlichen Beweisen (u.a. Stuhl der Braut, Garfield Ergänzungsbeweis) wird vor der Stunde durch die Lehrkraft mit Hilfe eines 3D-Druckers erstellt. Die Schüler:innen befassen sich anschließend in Gruppen mit den Beweisen und dem Material. Das Ziel ist schließlich die Erstellung eines eigenen Lernvideos, in welchem der Beweis mit dem Material vorgestellt wird. Dies bringt eine hohe Motivation dafür, sich intensiv mit den Beweisen zu befassen. In der Stunde können die Schüler:innen aktiv mit dem Material umgehen, eigene Begründungsideen entwickeln und diese schließlich verständlich in einem Video darstellen. Damit steht sowohl das Argumentieren als auch das Kommunizieren im Vordergrund.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die vorgestellte Idee zur Erstellung eigener Videos zu mathematischen Beweisen mit Material lässt sich sehr einfach auf andere mathematische Sätze übertragen. Ein Vorteil bei der Anwendung im Kontext des Satzes des Pythagoras ist natürlich die Vielfalt möglicher anschaulicher Beweise. Eine gewisse Vielfalt in den Lernvideos und dem Material lässt sich aber beispielsweise auch erzeugen, indem die Schüler:innen das Material zu einem gemeinsam hergeleiteten Beweis mit CAD-Software und 3D-Druck selbst erzeugen. Dies ermöglicht es den Schüler:innen, eigene Ideen einzubringen und diese am Ende in dem Lernvideo zu nutzen.

Erklärvideos für die Satzgruppe des Pythagoras

Den Satz des Pythagoras auf verschiedene Arten „(zer)legen“ – Einen (Lege-) Beweis selbstständig nachvollziehen und für andere (als Lernvideo) aufbereiten (Jahrgangsstufe 9)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln in arbeitsteiliger Gruppenarbeit verschiedene (Lege-)Beweise des Satzes von Pythagoras (nach) und erstellen jeweils ein dynamisches Lernprodukt (Lernvideo), das die zentralen Beweisgedanken für alle nachvollziehbar dokumentiert.

Teilkompetenzen

Die Teillernziele unterscheiden sich je nach Material, das den Schülerinnen und Schülern zugewiesen wird, so dass die folgenden Teillernziele auf einzelne Gruppen bezogen sind.

Die Schülerinnen und Schüler können die verschiedenen notwendigen Beweisschritte zum Satz des Pythagoras aus ihrem Material ableiten, indem sie

-ihre Vorkenntnisse zur Kongruenz von Dreiecken, der Berechnung des Flächeninhalts von Dreiecken und Quadraten sowie die (Umformung der) binomischen Formeln nutzen.

-ihr Vorwissen zur Innenwinkelsumme bei Dreiecken, zur Flächenberechnung von Trapezen und zu algebraischen Umformungen der binomischen Formeln reaktivieren und anwenden.

-Kongruenzen von Dreiecken beschreiben und begründen, bekannte Formeln zur Berechnung des Inhalts von Quadrat und Dreieck anwenden und algebraische Formeln als Flächeninhalte bestimmter Figuren deuten.

-die Ähnlichkeit von Dreiecken erkennen, Aussagen über die Verhältnisse der Flächen zweier ähnlicher Dreiecke herleiten, algebraische Umformungen vornehmen und Gleichungen vereinfachen können.

Die weiteren Teillernziele gelten dann wieder für alle Gruppen.

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln einen Plan für die Aufzeichnung ihres Lernvideos (in Form eines Drehbuchs), indem sie sich auf eine sinnvolle Abfolge von Bildsequenzen, zugehörigen Argumentationen und notwendigen Bezeichnungen von Längen, Winkeln, Flächen etc. einigen.

Die Schülerinnen und Schüler setzen den Plan um, indem sie die verschiedenen Beweisschritte mit dem Legematerial umsetzen, dokumentieren und die Schritte argumentativ schlüssig begründen.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Wiederholung zu geometrischen Inhalten der Klassen 7 und 8 (Kongruenzsätze; Ähnlichkeit)
2	Vom Kathetensatz zum Satz des Pythagoras
3-4	Den Satz des Pythagoras auf verschiedene Arten „(zer)legen“ – Einen (Lege-) Beweis selbstständig nachvollziehen und für andere (als Lernvideo) aufbereiten
5	Präsentation und Diskussion der Lernprodukte
6	Anwendungen des Satzes des Pythagoras zur Berechnung von Streckenlängen in der Ebene und im Raum

Den Satz des Pythagoras auf verschiedene Arten „(zer)legen“ – Einen (Lege-) Beweis selbstständig nachvollziehen und für andere (als Lernvideo) aufbereiten

Jahrgangsstufe 9

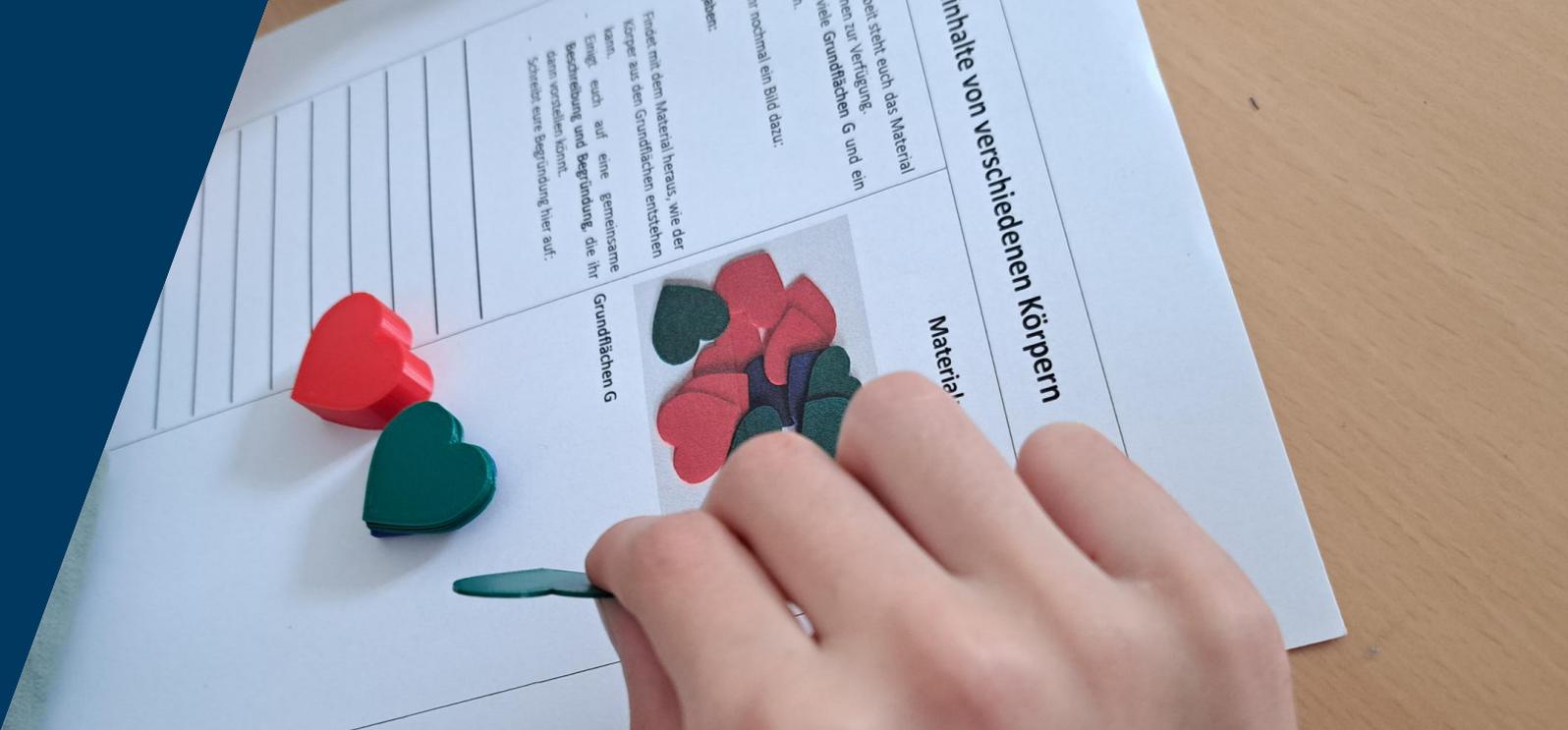
Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte

Unterrichtsverlaufsplan 1x90 Min (2x45 Min)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmus- ter/ Medien
5 Min	Einstieg/ Anknüpfung	Rekapitulation der Aussage des Satzes von Pythagoras und grobe Zusammenfassung der Beweisschritte (Kathetensatz =>Satz des Pythagoras) durch SuS;	Ankommen im Lernkontext; Aktivierung des Vorwissens der SuS; visuelle Darstellung der Aussage und des Beweises, um Anknüpfungspunkte für spätere eigene Darstellung zu liefern	UG, S-Vortrag; Beamer
5 Min	Motivation/ Hinführung zum Stunden- thema	L erläutert kurz, dass die SuS nun fünf weitere Beweise (aus ca. 400 möglichen) selbstständig erarbeiten und ihr Vorgehen dabei mit dem iPad dokumentieren sollen; Einteilung der Gruppen; Erläuterung der Arbeitsaufträge und Verteilen des (Lege-)Materials	Motivation der SuS; Betonung der Eigenverantwortlichkeit und der Verantwortung für die Lerngruppe insgesamt; Transparenz für zeitliche und inhaltliche Struktur der Doppelstunde	Legematerial; iPads;
25 Min	Erarbeitung I	SuS entwickeln in ihren Gruppen gemeinsam die Beweisschritte und die Begründungszusammenhänge für jeden Schritt	Das (Lege-)Material erlaubt einen enaktiven Zugang, der z.B. die Invarianz von Flächen(teilen) bei unterschiedlicher Anordnung unmittelbar ersichtlich macht; unterschiedliche Anforderungsniveaus der 5 Beweise stellen ein binnendifferenzierendes Element dar, wobei die Gruppen dennoch heterogen zusammengesetzt sind, so dass SuS sich gegenseitig unterstützen können; die kooperative Lernform ermöglicht eine Vertiefung der Argumentations- und Kommunikationsfähigkeit	GA; iPads; gestufte Hilfen (digital abrufbar)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Zwischensicherung	alle Gruppen geben eine knappe Rückmeldung, ob eine gemeinsame Beweisführung gelungen ist und diese nachvollziehbar (im Lernvideo) erläutert werden kann Hausaufgabe für die zweite Stunde: Erstellen eines stichpunktartigen Drehbuchs für das Lernvideo	Absicherung eines vorläufigen Ergebnisses; vor der Anfertigung der Lernvideos muss sichergestellt sein, dass in den Gruppen eine konsensfähige Abfolge von Schritten erarbeitet wurde; letzte Möglichkeit korrigierend einzugreifen; Erinnerung an Nutzung der Fachsprache etc.	UG; Plenum
5 Min	Erarbeitung II	Abgleich der Ideen für das Drehbuch unter Berücksichtigung der Illustrationen und der Kommentierung der Schritte	ein unreflektiertes „Drauf-Los-Filmen“ ist nicht zielführend; klare Strukturierung und Absprachen im Vorfeld ermöglichen zeitökonomisches Arbeiten bei der Erstellung des Videos; Kognitivierung der Beweisstruktur	iPads, Heft
20 Min	Erarbeitung III	Anfertigen des Videos; Schneiden; (Nach-)Vertonen	Dokumentation der Beweisschritte durch (Um-) Legen des Materials und ausführliche Kommentierung/ Argumentation unter Beachtung der Schlüssigkeit der Darstellung und der Nutzung von Fachsprache	iPads, Legematerial
15 Min	Präsentation	Vorstellen und Diskussion der Lernprodukte	Schulung der mathematischen Kommunikations- und Argumentationsfähigkeit; Diskussion der Nachvollziehbarkeit (Plausibilität), des Schwierigkeitsgrades, der „Eleganz“ der verschiedenen Beweise;	iPads; Beamer
5 Min	Reflexion	Feedback-Runde zur Stunde	„Blitzlicht-Methode“ für spontane Rückmeldungen zum Inhalt/ Gehalt	Plenum



3D-Druck-Material in der Geometrie - Flächen und Körper

Wir stapeln Flächen bis zum Volumen! Enaktive Herleitung der Formel $V = G \cdot h$

Zur Konzeption

Die Unterrichtsstunde befasst sich mit der Entwicklung der Formel für das Volumen von Quadern und dreieckigen Prismen sowie weiteren Körpern, die durch eine senkrechte Verschiebung einer Grundfläche gebildet werden können. In der Stunde arbeiten die Schüler:innen mit 3D-gedrucktem Arbeitsmaterial. Hierbei handelt es sich um dünne Plättchen in der Größe der Grundfläche, welche übereinander gestapelt werden sollen. Dies bietet einen spannenden handlungsorientierten Zugang und hat das Potenzial, eine Verbindung zwischen den Begriffen des Flächeninhalts und des Volumens herzustellen. Bei der Unterrichtsdurchführung sollte allerdings die didaktische Herausforderung im Blick behalten werden, dass die Plättchen zwar als Oberfläche die Grundfläche des Körpers aufweisen, gleichzeitig aber auch eine gewisse Dicke und damit ein Volumen haben – es besteht ein Unterschied in den Begriffen Flächeninhalt und Volumen, der explizit thematisiert werden sollte.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die 3D-gedruckten Materialien lassen sich in den Folgestunden oder in einer anderen Unterrichtseinheit auch nutzen, um das Prinzip von Cavalieri zu veranschaulichen. Dieses Prinzip ermöglicht dann auch eine Erkundung und Begründung weiterer Volumenformeln für Körper wie das Parallelepiped als „verzerrten“ Quader.

3D-Druck-Material in der Geometrie - Flächen und Körper

Wir stapeln Flächen bis zum Volumen! Enaktive Herleitung der Formel $V = G \cdot h$ (Jahrgangsstufe 5)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler sollen Volumina von Würfel, Quadern und Prismen mit dreieckiger Grundfläche mit der Formel $V = G \cdot h$ berechnen können.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler sollen erkennen, dass ein Körper erst durch die Höhe aufeinanderliegender Flächen entsteht, indem sie durch Stapeln der vorgedruckten Flächen einen bestimmten Körper erstellen. (Verstehen und Analyse).

Die Schülerinnen und Schüler sollen die gegebene Formel $V = G \cdot h$ erläutern können, indem sie den Faktor G auf die Grundfläche und den Faktor h auf die Höhe des Körpers beziehen und diesen Zusammenhang im Plenum verbalisieren.

Die Schülerinnen und Schüler sollen die Volumina verschiedener Körper (Würfel, Quader, ggf. Prisma) mit der Formel $V = G \cdot h$ berechnen können, indem Sie die Formel korrekt anwenden und ihre Ergebnisse der Übungsphase bei der Besprechung im Plenum vergleichen und ggf. korrigieren.

Die Schülerinnen und Schüler sollen ihre Kommunikationsfähigkeiten in Bezug auf mathematische Problemstellungen verbessern, indem Sie Ihre Ergebnisse der ersten Erarbeitungsphase verschriftlichen und anschließend im Plenum vorstellen.

Die Schülerinnen und Schüler sollen ihre Problemlösefähigkeiten verbessern, indem sie durch systematisches Ausprobieren auf die richtige Lösung in der ersten Erarbeitungsphase gelangen.

in der Berechnung von Volumina besitzen, können verschiedene Grundkörper miteinander kombiniert werden. Hier wird dann wieder das Wissen aus der Berechnung zusammengesetzter Flächen auf Körper übertragen und vertiefend angewendet.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1	Math. Grundkörper kennenlernen und identifizieren – Wir drucken unseren Quader.
2	Netze der Grundkörper erkennen und mit dem eigenen Quader überprüfen.
3	Netze von Quadern und Würfeln selbst zeichnen, mit Hilfe des eigenen Quaders.
4	Drei Erscheinungen eines Quaderschrägbilds – Der Perspektivwechsel.
5	Schrägbilder von Quadern selbst zeichnen – Üben des exakten Zeichnens.
6	Rauminhalte vergleichen: Würfelgebäude und erste Vorstellungen von Volumina
7	Rauminhalte vergleichen: Die Maßeinheiten bei Volumina und der Einheitswürfel
8	Wir rechnen mit Kubikzentimeter! Umrechnungen und Rechenregeln
9	Wir stapeln Flächen bis zum Volumen! Enaktive Herleitung der Formel $V = G \cdot h$.
10	Übungsstunde zur Berechnung von verschiedenen Volumina
11	Weitere Stunden zur Übung und Festigung als Vorbereitung auf die Klassenarbeit

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Als Hausaufgabe bietet es sich an, festigende und vertiefende Aufgaben aus dem Mathematikbuch aufzugeben. Nachfolgend können zusammengesetzte Körper behandelt werden. Wenn die Schülerinnen und Schüler zunehmende Sicherheit

* G= Grundseite h=Höhe

Wir stapeln Flächen bis zum Volumen! Enaktive Herleitung der Formel $V = G \cdot h$

Jahrgangsstufe 5

Unterrichtsverlaufsplan 1x45 Min

Benötigte Materialien:

- 3D-Druck-Material

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	Begrüßung	Der Lehrer beginnt die Stunde und stellt die Studententransparenz her.	Die Lerngruppe wird auf die Lerneinheit vorbereitet, Verhaltensregeln müssen geklärt werden. Da diese Lerngruppe genaue Verhaltensregeln benötigt, müssen zu Beginn der Stunde die Regeln im Umgang mit dem ausgeteilten Material und dem Arbeitsauftrag deutlich gemacht werden.	LV
5 Min	Erarbeitungsphase I	In Kleingruppen mit jeweils drei SuS werden die Arbeitsaufträge durchgeführt.	Für die Erarbeitungsphase wird die Methode des entdeckenden Lernens gewählt, da der gewählte enaktive Zugang gut mit dem 3D-Drucker realisiert werden kann.	GA, Gedruckte Formen, AB
10 Min	Reflexion und Sicherung I	Die Ergebnisse der GA werden präsentiert. Dabei wird die Vorgehensweise vom Lehrer an der Tafel zusammenfassend gesammelt. Nach der Vorstellung wird die Sammlung nach Gemeinsamkeiten durchsucht.	Ziel dieser Phase ist es, ein erstes Verständnis für die Formel zu bekommen. Die SuS sollten in dieser Phase auf die Grundfläche als Gemeinsamkeit aller verschiedenen Gruppen schließen. Es wird erwartet, dass alle Gruppen das Stapeln der einzelnen 1 mm dicken Flächen nennen.	Plenum, Tafel
10 Min	Erarbeitungsphase II	Das Tafelbild wird vorgestellt und die Formel $V=G \cdot h$ besprochen. Das Beispiel kann ein Quader mit den Kantenlängen $a=3\text{ cm}, b=4\text{ cm}$ und $c=2\text{ cm}$ sein. Gemeinsam, nach einer kurzen Murmelphase, wird im Plenum diskutiert, welche Fläche des gegebenen Quaders die Grundfläche sein soll. Ein Merksatz kann an dieser Stelle auch formuliert werden: Quader besitzen drei verschiedene Grundflächen; Würfel besitzen nur eine Grundfläche, die immer gleich ist; Prismen und Zylinder besitzen nur zwei Grundflächen.	An diesem Punkt der Stunde muss eine Transferleistung vom Enaktiven zum Symbolischen geleistet werden. Dieser Schritt kann für manche SuS eine Schwierigkeit darstellen. Daher muss die Lehrkraft die SuS bei den ersten Anwendungen der Formel mit einem Beispiel begleiten und genügend Freiraum zur Diskussion z.B. mit dem Sitznachbarn (Murmelfase) geben. Der Lehrer bespricht mit den SuS ein Beispiel, bevor die Übungsphase beginnt. Das Beispiel sollte anschließend diskutiert werden, da insgesamt drei verschiedene Grundflächen möglich sind. Es sollte mindestens eine weitere Lösung des Beispiels an der Tafel stehen, damit die verschiedenen Grundflächen erkannt werden können, die zur Berechnung genutzt wurden. Je nach Zeitbedarf können die SuS einen eigenen Merksatz formulieren, der dann übernommen wird. Das kann zu einem besseren Verständnis beitragen.	Tafel, Plenum, LV
15 Min	Übungsphase und Besprechung der Ergebnisse, Sicherung II	Die Lehrkraft erklärt den Ablauf der Übungsphase. Die Materialien zur Selbstkontrolle werden für die SuS zugänglich im Klassenraum ausgelegt. Abschließend werden im Plenum oder durch Selbstkontrolle (z.B. Lerntheke) die Lösungen verglichen und die Ergebnisse gesichert.	An dieser Stelle kann eine Binnendifferenzierung stattfinden. Die SuS bekommen verschiedene Aufgaben zu bekannten Körpern gestellt, deren Volumen berechnet werden muss. Die Grundfläche sollte wie im Beispiel immer bestimmt werden, da dieses Vorgehen für komplexere Körper identisch ist und schon jetzt geübt werden kann. Die Differenzierung kann z.B. über die Wahl der Grundfläche erfolgen. Zur Überprüfung der Ergebnisse werden Lösungen zur Selbstkontrolle bereitgestellt.	AB, Schulbuch, PA, EA, ggf. digitale Lerntheke, Plenum

Rauminhalte von verschiedenen Körpern

Material:

Für eure Gruppenarbeit steht euch das Material für **Gruppe 2** zur Verfügung.

Dabei handelt es sich um mehrere **Grundflächen G** und ein Körper.



Aufgabe 1:

- a) Findet mit dem Material heraus, wie der Körper aus den Grundflächen entstehen kann.
- b) Einigt euch auf eine gemeinsame **Beschreibung und Begründung**, die ihr dann vorstellen könnt.
- c) Schreibt eure Begründung hier auf:



Einstieg in die gymnasiale Oberstufe mit Exit-Games gestalten

Mathwards und das Verlies des Supertaschenrechners – Reaktivierung mathematischer Fertigkeiten zur Lösung eines Exit-Games

Zur Konzeption

In der präsentierten Unterrichtsstunde geht es darum, mathematische Grundfertigkeiten aus der Sekundarstufe I zu Beginn der gymnasialen Oberstufe zu wiederholen. Dies bietet den Schüler:innen die Möglichkeit, Themen zu identifizieren, bei welchen sie noch weiterführenden Übungsbedarf haben. Die Aufgaben werden den Schüler:innen in einem mit Keynote erstellten digitalen Exit-Game bereitgestellt, was ein motivierendes Setting darstellt. Während der Bearbeitung hat die Lehrkraft die Möglichkeit, einzelne Schüler:innen intensiv zu diagnostizieren und mögliche Förder- und Fördermaßnahmen zu ergreifen.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Das vorgestellte Prinzip eines digitalen Exit-Games kann ohne großen Aufwand auf andere übung-intensive Themen im Mathematikunterricht übertragen werden. Hierzu können einfach die Aufgaben des Exit-Games ausgetauscht werden oder direkt die ganze Hintergrundgeschichte verändert werden.

Einstieg in die gymnasiale Oberstufe mit Exit-Games gestalten

Mathwards und das Verlies des Supertaschenrechners – Reaktivierung mathematischer Fertigkeiten zur Lösung eines Exit-Games (Jahrgangsstufe EF)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler sollen Kenntnisse aus verschiedenen Themengebieten der Mittelstufenmathematik zur Lösung eines Exit-Game-Problems nutzen lernen.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler sollen Grundvorstellungen und Grundkenntnisse zu Variablen und Gleichungen reaktivieren und festigen, indem sie gängige Methoden zur Lösung von Gleichungen anwenden.

Die Schülerinnen und Schüler entdecken die Rechenvorteile bei Verwendung von Potenzgesetzen (wieder), indem sie die Gesetze zur Vereinfachung von Termen anwenden.

Die Schülerinnen und Schüler nutzen ihre Vorkenntnisse zur Flächen- und Umfangsberechnung bei Kreisen sowie zum Satz des Pythagoras, indem sie eine anwendungsbezogene Aufgabe lösen.

Die Schülerinnen und Schüler festigen bzw. reaktivieren Grundvorstellungen und Grundkenntnisse zu Exponentialfunktionen, indem sie in einer anwendungsbezogenen Aufgabe die Eigenschaft des exponentiellen Wachstums erkennen und diese für eine Prognoserechnung nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler sollen ihre Vorkenntnisse aus dem Bereich der Stochastik und Statistik nutzen, indem sie die Pfadregeln und die Idee der relativen Häufigkeit auf eine Problemstellung anwenden.

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln und stärken ihre Kompetenzen im kommunikativ-sprachlichen – auch fachsprachlichen – Bereich, indem sie Lösungswege verbalisieren (auch präsentieren) und begründen.

Die Schülerinnen und Schüler stärken bei der Lösung des Exit-Games ihre Kooperationsfähigkeit, indem sie mathematische Verfahren gemeinsam anwenden.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1-4	Mathwards und das Verlies des Supertaschenrechners – Reaktivierung mathematischer Fertigkeiten zur Lösung eines Exit-Games
5	Was ist eine Funktion? – Wiederholung und Präzisierung zentraler Begrifflichkeiten und Darstellungsformen
6-7	Lineare und quadratische Funktionen (Wdhl.) – Grundvorstellungen und -fähigkeiten zu zwei zentralen Funktionsklassen

Mathwards und das Verlies des Supertaschenrechners – Reaktivierung mathematischer Fertigkeiten zur Lösung eines Exit-Games

Jahrgangsstufe EF

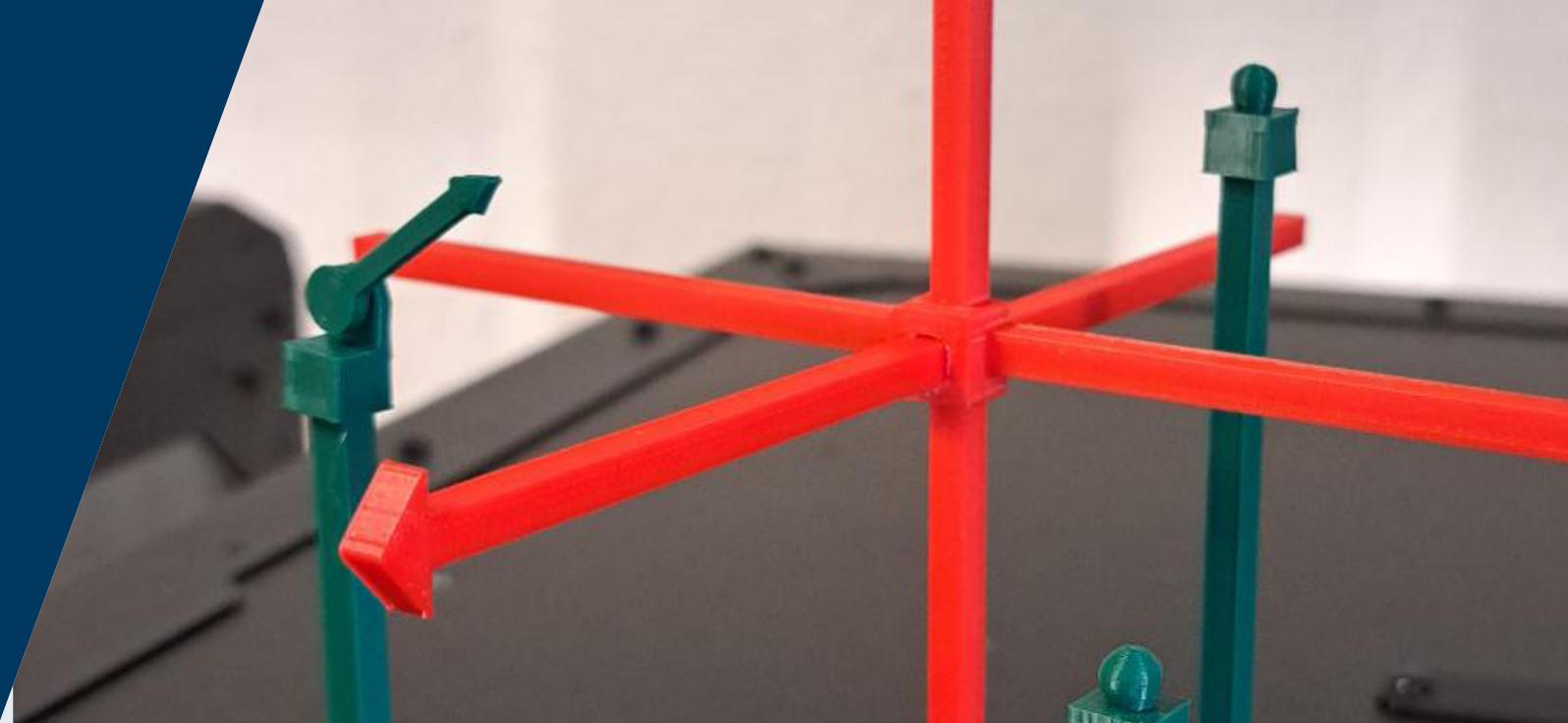
Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte + Keynote App

Unterrichtsverlaufsplan 1x180 Min (4x45 Min)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialfor- men/ Hand- lungsmus- ter/ Medien
15 Min	Motivation/ Hinführung zum Stunden- thema	Präsentation der Aus- gangssituation (Auf- gaben müssen gelöst werden, um im Stil eines Exit-Game einen Code zu finden) sowie Erläuterung der techni- schen Voraussetzungen	Motivation der SuS; Betonung der Eigenverantwortlichkeit und der Verantwortung für die Lerngruppe insgesamt; Transparenz für zeitliche und inhaltliche Struktur der Doppel- stunde	L-Vortrag; iPad, Keynote, Schul- portal, Beamer

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialfor- men/ Hand- lungsmus- ter/ Medien
120 Min	Erarbeitung	SuS bearbeiten die Aufgaben im digitalen Exit-Game (Keynote); L und Unterrichtsassistenten unterstützen, indem individuell mit einzelnen Personen oder kleinen Gruppen über Vorkenntnisse gesprochen und Lernhilfen gegeben werden	<p>Im Vergleich zur klassischen Variante mit Aufgaben auf dem Blatt Papier (z.B. SINUS-Test) bietet der digitale Exit-Game mehr Interaktivität und Immersion. Die SuS werden aktiv in das Geschehen eingebunden, da sie die Aufgaben lösen müssen, um voranzukommen. Dies fördert nicht nur die Motivation, sondern auch das eigenständige Denken und die Problemlösungsfähigkeiten der SuS. Die multimediale Gestaltung des digitalen Formats kann zusätzlich die Lernatmosphäre ansprechender gestalten und verschiedene Lerntypen besser erreichen.</p> <p>Die Reaktivierung von Wissen aus den zurückliegenden Schuljahren zu Beginn der gymnasialen Oberstufe ist von großer Bedeutung. Sie schafft eine Kontinuität im Lernprozess und gibt den SuS die Möglichkeit, bereits erworbenes Wissen anzuwenden und zu festigen. Dies erleichtert den Übergang in die Oberstufe und bildet eine solide Grundlage für die neuen Lerninhalte.</p> <p>Das diagnostische Vorgehen, bei dem die SuS verschiedene mathematische Fertigkeiten anwenden müssen, um den Exit-Game zu lösen, ermöglicht eine individuelle Einschätzung des Kenntnisstands jedes Lernenden. Die Lehrkraft erhält Einblick in die Stärken und Schwächen der SuS und kann gezielt auf individuelle Bedürfnisse eingehen. Dies fördert die Differenzierung im Unterricht und unterstützt den Lernerfolg der SuS.</p> <p>Die erforderlichen mathematischen Fertigkeiten bilden grundlegende Kompetenzen, die in der Oberstufe und darüber hinaus benötigt werden. Sie legen die Basis für weiterführende Themen in Mathematik und anderen naturwissenschaftlichen Fächern.</p> <p>Der Austausch von Ideen während der Arbeit am Exit-Game fördert die kollaborative Lernkultur. SuS haben die Möglichkeit, ihre Gedanken und Lösungsansätze zu teilen, voneinander zu lernen und unterschiedliche Herangehensweisen kennenzulernen. Dies stärkt nicht nur das Verständnis der mathematischen Konzepte, sondern fördert auch soziale Kompetenzen wie Kommunikation und Teamarbeit.</p> <p>Die Rolle der Lehrperson als Unterstützung, die keine Lösungswege vorgibt oder Lösungen verrät, ist wichtig, um die SuS zur eigenständigen Problemlösung zu ermutigen. Indem die Lehrperson gezielte Fragen stellt, Denkanstöße gibt und auf Schwierigkeiten hinweist, lenkt sie die SuS in die richtige Richtung, ohne den Prozess der eigenständigen Erarbeitung zu beeinträchtigen.</p>	EA/PA/GA; iPads, Keynote, Schulportal
30 Min	Sicherung/ Vertiefung	Einzelne Aufgaben werden im Plenum besprochen und durch Variation der Bedingungen vertieft	Die Nachbesprechung der im Exit-Game behandelten Aufgaben im Plenum ermöglicht eine vertiefende Reflexion der erworbenen Fertigkeiten und Lösungsstrategien. Durch die Diskussion können alternative Lösungswege aufgezeigt, offene Fragen geklärt und eventuelle Missverständnisse ausgeräumt werden. Dies fördert eine umfassendere Auseinandersetzung mit den behandelten Inhalten und schließt den Lernprozess zielgerichtet ab.	UG; iPad, Keynote
15 Min	Reflexion	Die SuS füllen (anonym) eine Online-Umfrage zum Escape-Room aus.	Die SuS sollen selbstreflektiert angeben, wie sie das Format des Escape-Rooms empfunden haben und wo sie noch Lernschwächen sehen, damit die Lehrkraft sie in Zukunft bestmöglich fördern kann.	EA; iPad, Online-Umfrage



Punkte und Vektoren im Raum - 3D-Druck und VR-Brillen unterstützen die Vorstellung

Einsatz von 3D-Modellen eines kartesischen Koordinatensystems und VR-Brillen zur Erweiterung des räumlichen Vorstellungsvermögens und zur Einführung der Skalarmultiplikation von Vektoren

Zur Konzeption

Die Unterrichtsstunde befasst sich mit der Multiplikation eines Vektors mit einer reellen Zahl. Der Fokus liegt dabei nicht auf einer rein algebraischen Beschreibung, sondern auf der geometrischen Interpretation der Operation in Bezug auf Vektorpfeile. Hierzu werden den Schüler:innen zwei unterschiedliche Arbeitsmittel bzw. Werkzeuge zur Vorstellungshilfe angeboten: ein 3D-gedrucktes Koordinatenmodell und eine VR-App. In der Stunde haben die Schüler:innen durch die Kombination der Medien die Möglichkeit, die jeweiligen fachdidaktischen Potenziale zu verbinden, wodurch den individuellen Präferenzen nachgekommen werden kann.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die 3D-Modelle und die VR-App können auch im Anschluss an die Unterrichtsstunde zu Vektoren zu anderen Themen in der analytischen Geometrie wieder genutzt werden, um einen adäquaten Vorstellungsaufbau zu den Begriffen zu ermöglichen.

Punkte und Vektoren im Raum - 3D-Druck und VR-Brillen unterstützen die Vorstellung

Einsatz von 3D-Modellen eines kartesischen Koordinatensystems und VR-Brillen zur Erweiterung des räumlichen Vorstellungsvermögens und zur Einführung der Skalarmultiplikation von Vektoren (Jahrgangsstufe EF)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler veranschaulichen Punkte, Vektoren und Vielfache von Vektoren in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem mithilfe eines dreidimensionalen Koordinatensystem-Modells und der Virtual-Reality-Technologie (VR-Brillen) zur Erweiterung ihres räumlichen Vorstellungsvermögens und zum Verständnis der Skalarmultiplikation von Vektoren.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihr Verständnis für den Umgang mit Vektoren, indem sie Punkte im Raum durch Ortsvektoren kennzeichnen, den Verbindungsvektor zwischen zwei Punkten berechnen und Vektoren addieren und vervielfachen.

Die Schülerinnen und Schüler können materialgeleitet die Definition sowie Besonderheiten und Gesetze der S-Multiplikation herausstellen, indem Sie sich mit Hilfe der Koordinatensystem-Modelle und der VR-Brillen ausgewählte Beispiele visualisieren und daraus Regeln ableiten.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre fachsprachlichen Kenntnisse, indem sie insbesondere die Begriffe „Ortsvektor“, „Verbindungsvektor“ und „Gegenvektor“ zu unterscheiden lernen und derartige Vektoren im 3D-Modell des Koordinatensystems bzw. mit Hilfe der VR-Brillen darstellen sowie weitere Fachbegriffe kennenlernen: Skalarmultiplikation, kollinear, Linearkombination.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenz im Bereich „Kommunizieren“ und „Argumentieren“, indem sie die Aufgaben in Kleingruppen bearbeiten, sich gegenseitig unterstützen und abwechselnd ihre Erfahrungen beim Lösen der Aufgaben mithilfe der VR-Brillen beschreiben und die übrigen Gruppenmitglieder bitten, dieselben am 3D-Modell des Koordinatensystems nachzuvollziehen.

Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kompetenz im Bereich „Reflektieren“, indem sie ihre Lösungen überprüfen, Lösungswege beschreiben, sich gegenseitig unterstützen

und nach Fertigstellung aller Aufgaben den Einsatz der 3D-Modelle und der VR-Brillen vergleichend bewerten.

Hausaufgaben und mögliche weitere Arbeitsschritte nach der Stunde

Sofern die Schülerinnen und Schüler mit den Aufgaben der Vertiefung nicht fertig werden, sind diese bis zur nächsten Stunde zu erledigen.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1-2	Station 1: Das dreidimensionale Koordinatensystem und Vektoren – Darstellung von Punkten im Raum und Einführung des Vektorbegriffs
3-4	Station 2a: Addition und Subtraktion von Vektoren
5-6	Station 2b: Einsatz von 3D-Modellen eines kartesischen Koordinatensystems und VR-Brillen zur Erweiterung des räumlichen Vorstellungsvermögens und zur Einführung der Skalarmultiplikation von Vektoren.
7-8	Station 3: Betrag eines Vektors – Länge einer Strecke
9-10	Vertiefende Übungsaufgaben im Anwendungskontext und Reflexion

Einsatz von 3D-Modellen eines kartesischen Koordinatensystems und VR-Brillen zur Erweiterung des räumlichen Vorstellungsvermögens und zur Einführung der Skalarmultiplikation von Vektoren

Jahrgangsstufe EF

Benötigte Materialien:

- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte
- VR-Brillen + App EdVR
- 3D-Modelle

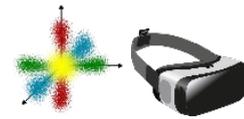
Unterrichtsverlaufsplan 1x90 Min (2x45 Min)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	Einstieg / Anknüpfung an vorhandenes Wissen	Grobe Zusammenfassung der Erfahrungen bei der Bearbeitung der Station 2 (Addition und Subtraktion von Vektoren)	Ankommen im Lernkontext und Reaktivierung des Wissens zur Darstellung der Addition und Subtraktion von Vektoren	UG, S-Vortrag, Beamer, i-Pad oder TA
5 Min	Motivation, Hinführung zum Stundenthema	L erläutert kurz die weitere Vorgehensweise und stellt die Medien der Stunde vor: ein dreidimensionales Koordinatensystem-Modell (3-D-Druck), VR-Brillen.	Motivation der SuS; sie erhalten ein AB mit einer Beschreibung zum Umgang mit den VR-Brillen; Einteilung der Gruppen; Appell an die Eigenverantwortlichkeit der SuS sowie an die Verantwortung für die Lengruppe.	AB 1: „Arbeit mit der VR-Brille“, VR-Brillen, 3D- Koordinatensystem-Modelle (3D-Druck)
20 Min	Erarbeitung 1	Die SuS vertiefen arbeitsblattgeleitet in ihren Gruppen ihre Erfahrungen zur Lage von Punkten und Vektoren im Raum und erweitern durch Veranschaulichung mittels VR-Brillen und 3D-Modellen des Koordinatensystems ihr begriffliches Verständnis bezüglich der Fachbegriffe „Ortsvektor“ und „Verbindungsvektor“ bzw. „Richtungsvektor“ und „Gegenvektor“. Sie entwickeln - anknüpfend an ihr Vorwissen - eine Vorstellung vom Vervielfachen eines Vektors.	Der Einsatz des dreidimensionalen Koordinatensystem-Modells erlaubt einen haptischen Zugang, der durch die virtuelle Lernumgebung mittels VR-Brillen gefördert wird. In der virtuellen Umgebung steht ein Gruppenmitglied mitten in einem dreidimensionalen Koordinatensystem und kann Punkte und Vektoren erzeugen; das Gruppenmitglied beschreibt den anderen Mitgliedern, was es sieht; diese wiederum veranschaulichen das Beschriebene im dreidimensionalen Koordinatensystem-Modell. Die eigene Wahl der Vorgehensweise ermöglicht ein binnendifferenzierendes Arbeiten; die einzelnen Gruppenmitglieder unterstützen sich gegenseitig und erweitern ihre Kommunikations- und Argumentationsfähigkeit.	Arbeitsteilige GA, VR-Brillen, 3D-Modelle des Koordinatensystems, AB 2

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Sicherung 1	Die SuS stellen ihre Arbeitsergebnisse vor	Absicherung des Arbeitsergebnisses, Erweiterung der Fachsprache. Es muss sichergestellt werden, dass der Lückentext zur S-Multiplikation von Vektoren richtig vervollständigt wurde. Die Einführung des Begriffs „S-Multiplikation“ erfolgt später auf AB 4.	UG, Plenum, i-Pad, Beamer AB 2
5 Min	Reflexion	Die SuS geben eine knappe Rückmeldung, ob sie über die Grundvorstellung der Vervielfachung von Vektoren und deren Regeln verfügen. Sie vergleichen den Einsatz der VR-Brillen und des 3D-Koordinatensystem-Modells hinsichtlich des Erwerbs eines räumlichen Vorstellungsvermögens miteinander (Ergebnis s. Anhang).	Spontane Rückmeldung zum Arbeitsprozess und der Erkenntnisgewinnung	UG, Plenum, i-Pad, Beamer
20 Min	Erarbeitung 2	<p>Die SuS veranschaulichen sich zunächst mit Hilfe der VR-Brillen und der 3D-Modelle noch einmal die Multiplikation von Vektoren mit einer reellen Zahl und anschließend das Distributivgesetz und das Assoziativgesetz beim Multiplizieren eines Vektors mit einer reellen Zahl anhand von selbstgewählten, geeigneten Beispielen, indem wieder ein Gruppenmitglied die VR-Brille trägt und erklärt, was er /sie sieht. Die übrigen Gruppenmitglieder können die Erklärungen währenddessen an dem Koordinatensystem-Modell nachvollziehen. (Enaktive und ikonische Ebene)</p> <p>Danach veranschaulichen sich die SuS mit Hilfe von Vektorzeichnungen im zweidimensionalen Koordinatensystem das Distributivgesetz und das Assoziativgesetz für die Multiplikation von Vektoren mit reellen Zahlen anhand von selbstgewählten Beispielen</p>	<p>Vertiefende Veranschaulichung: Verlängern, Verkürzen und Verändern der Orientierung von Vektoren anhand geeigneter Beispiele.</p> <p>Bei der rechnerischen Darstellung der Gesetze im Koordinatensystem arbeiten die SuS auf der symbolischen Ebene.</p> <p>Falls ausreichend Zeit zur Verfügung steht, können die Gesetze später auch rechnerisch begründet werden (vgl. Lambacher Schweizer, EF, S. 123 Nr. 16)</p>	Arbeitsteilige GA, VR-Brillen, 3D-Modelle des Koordinatensystems, AB 3

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Hand- lungsmuster/ Medien
10 Min	Sicherung 2	Eine Gruppe stellt ihre Arbeitsergebnisse vor, die übrigen Gruppen ergänzen gegebenenfalls die Ausführungen.	Absicherung des Arbeitsergebnisses; Gesetze, die aus dem Bereich der reellen Zahlen bekannt sind, werden meist intuitiv auf Vektoren übertragen. Den SuS muss klar sein, dass die bekannten Gesetze nicht unbedingt in der Menge der Vektoren gültig sind bzw. dass deren Gültigkeit untersucht werden muss.	UG, Plenum, i-Pad, Beamer AB 3
15 Min	Übungen / Vertiefung / HA	Vertiefende Übungen Falls Zeit: ausgewählte Beispiele, z.B. S. 123 Nr. 16 im Lambacher Schweizer, EF	Begriffsbildung; die SuS erweitern ihre fachsprachlichen Kompetenzen und lernen die Begriffe S-Multiplikation (Info-Kasten), Linearkombination, kollinear (Eigenrecherche) kennen.	EA oder PA, AB 4

Arbeitsblatt 2



Aufgabe:

Erarbeiten Sie folgende Aufgaben, indem ein Gruppenmitglied von Ihnen die VR-Brille trägt und Ihnen erklärt, was er oder sie sieht. Die übrigen Gruppenmitglieder können die Erklärungen währenddessen an dem Koordinatensystem-Modell nachvollziehen.

- a) Gehen Sie vom Ursprung aus in die Richtung des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Geben Sie die Koordinaten des Punktes sowie den Fachbegriff für den Vektor \vec{a} an.

- b) Gehen Sie von diesem Punkt A aus zum Punkt $B(-3|3|3)$. Berechnen Sie, welchen Vektor \overrightarrow{AB} Sie dafür benötigen. Geben Sie den Fachbegriff für den Vektor \overrightarrow{AB} an.

- c) Erläutern Sie, welche Gemeinsamkeiten und welche Unterschiede \vec{a} und \overrightarrow{AB} haben.

- d) Leiten Sie für \overrightarrow{AB} eine Formel aus dem Vektor \vec{a} her.

- e) Geben Sie nun den Vektor an, der Sie von Punkt B wieder zurück zum Punkt A führt.

- f) Gibt es auch hier einen Weg, für \overrightarrow{BA} eine Formel aus dem Vektor \vec{a} herzuleiten?

Reflexion

Bei der Arbeit mit Modellen ist es wichtig, nicht zu vergessen, dass sie nie in Gänze die Realität widerspiegeln. Vergleichen Sie deswegen abschließend die verschiedenen Modelle miteinander und mit der tatsächlichen Vorstellung. Kreuzen Sie an, was für die Darstellung von Punkten, Vektoren und des dreidimensionalen Koordinatensystems für Sie persönlich am besten war.

	3D-Modell Koordinatensystem	Ansicht in edVR mit der VR-Brille	Tatsächliche Vorstellung
Darstellung von Punkten			
Darstellung von Vektoren			
Darstellung des Koordinatensystems			



Differenzialrechnung – Von der mittleren Änderungsrate zur Ableitung mit CAS-Systemen

CAS-gestützte, analytische Herleitung des Terms der Ableitungsfunktion mithilfe der h-Methode – Herleitung der Potenzregel

Zur Konzeption

In der Unterrichtsstunde leiten die Schüler:innen unter Begleitung der Lehrkraft die Regel zur Ableitung von Potenzfunktionen her. Hierzu nutzen sie die h-Methode zunächst für konkrete Beispiele und anschließend für allgemeine Potenzfunktionen mit dem Exponenten n. Die symbolischen Rechenschritte werden dabei durch eine CAS-App unterstützt. Dies ermöglicht den Schüler:innen eine gewisse kognitive Entlastung, sodass der Fokus auf die Interpretation der Ergebnisse und die Entwicklung und Begründung der Ableitungsregel gelegt werden kann.

Weiterführende didaktische Bemerkungen

Die Unterrichtsstunde zeigt an einem Beispiel, wie sich CAS-Apps sinnvoll in den Analysisunterricht integrieren lassen. Sie ermöglichen es Schüler:innen, sonst sehr rechenintensive Aufgaben und Herleitungen eigenständig durchzuführen und nachzuvollziehen. Gleichzeitig wird in der Unterrichtsstunde darauf geachtet, dass gewisse Umformungen (zunächst) auch händisch durchgeführt werden, um die damit verbundenen Grundfertigkeiten und ein Grundverständnis aufzubauen. Das Konzept kann selbstverständlich auch auf CAS-Handhelds übertragen werden und muss nicht mit einer CAS-App durchgeführt werden.

Differenzialrechnung – Von der mittleren Änderungsrate zur Ableitung mit CAS-Systemen

CAS-gestützte, analytische Herleitung des Terms der Ableitungsfunktion mithilfe der h-Methode – Herleitung der Potenzregel (Jahrgangsstufe EF)

Lernziele der Unterrichtseinheit

Adressierte Hauptkompetenz

Die Schülerinnen und Schüler entdecken ausgehend von der händischen Berechnung der Ableitung einfacher Potenzfunktionen mithilfe des CAS das der allgemeinen Potenzregel zugrundeliegende Muster und leiten die Potenzregel für allgemeines $n \in \mathbb{N}$ her.

Teilkompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler können die verschiedenen notwendigen Schritte zur Herleitung der Potenzregel durchführen, indem sie ihre Vorkenntnisse zu linearen Funktionen und binomischen Formeln für die händische Bestimmung der Ableitung einfacher Potenzfunktionen $[f(x)=x^n, 1 \leq n \leq 3]$ nutzen.

Die Schülerinnen und Schüler wenden die Potenzregel an, indem sie weitere Potenzfunktionen höheren Grades unter Nutzung des CAS mit der h-Methode ableiten.

Die Schülerinnen und Schüler können die Potenzregel nachvollziehen, indem sie ihre Ergebnisse untersuchen und im Abgleich zwischen Ausgangsfunktion und Ableitungsfunktion ein Muster/ eine Regelmäßigkeit bezüglich der Exponenten erkennen, die in einer vermuteten Regel festgehalten wird.

Die Schülerinnen und Schüler können die vermutete Regel (Potenzregel) herleiten, indem sie die einzelnen Summanden der ausmultiplizierten Terme von $(x+h)^n$ sowohl auf die Koeffizienten (Pascal'sches Dreieck) als auch auf die Abfolge der Potenzen von x und h hin untersuchen und die für die Potenzregel zentralen Erkenntnisse daraus gewinnen.

Einbindung in die Reihe

Sequenz	Thema
1-2	Sachkontextorientierte Einführung der mittleren Änderungsrate am Beispiel der Durchschnittsgeschwindigkeiten von Sprintern in verschiedenen Streckenabschnitten
3-4	Von der mittleren zur momentanen Änderungsrate – von der Durchschnitts- zur Momentangeschwindigkeit: Wie schnell lief Usain Bolt bei seinem Weltrekordlauf? (Modellierung der Weg-Zeit-Funktion seines Weltrekordlaufs durch eine Funktion dritten Grades und erste Annäherung an die Momentangeschwindigkeit zu einem Zeitpunkt)
5	Geometrischer Zugang: Der Differenzenquotient als Steigung der Sekante zwischen zwei Punkten
6-7	Von der Sekante zur Tangente – die Ableitung einer Funktion f an einer konkreten Stelle x_0 als Grenzwert des Differenzenquotienten
8-9	Analytische Betrachtung: Differenzierbarkeit einer Funktion an einer bestimmten Stelle und exakte Berechnung der Ableitung einer Funktion an einer konkreten Stelle mittels des Grenzwerts des Differenzenquotienten
10	Geometrische Betrachtung: Graphisches Ableiten durch Einzeichnen einer Tangente an einer Stelle
11-12	CAS-gestützte, analytische Herleitung des Terms der Ableitungsfunktion mithilfe der h-Methode – Herleitung der Potenzregel
13-14	Herleitung und Anwendung weiterer Regeln (Faktor- und Summenregel)
15	Berechnen und Deuten der Ableitung in verschiedenen Sachzusammenhängen
16-17	Rechnerische Bestimmung der Gleichung der Tangente an einen Funktionsgraphen

CAS-gestützte, analytische Herleitung des Terms der Ableitungsfunktion mithilfe der h-Methode – Herleitung der Potenzregel

Jahrgangsstufe EF

Benötigte Materialien:

- CAS System
- Beamer/Smartboard
- iPads + iPad Stifte

Unterrichtsverlaufsplan 1x90 Min (2x45 Min)

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
5 Min	HA-Kontrolle; Einstieg	Vorstellen der Ergebnisse aus der HA; Rückblick auf die bisherige Vorgehensweise, die es erforderte, für jede neue Stelle x_0 eigens $f'(x_0)$ zu ermitteln; Bewusstmachung der Sinnhaftigkeit, ein einfacheres Verfahren zu finden	Ankommen im Lernkontext; Aktivierung des Vorwissens der SuS; Schaffung von Transparenz für das Stundenziel;	UG, S-Vortrag; Beamer
5 Min	Motivation/ Hinführung zum Stunden-thema	Vorstellen der Arbeitsaufträge, dass für zwei (drei) einfache Potenzfunktionen allgemein für eine beliebige Stelle x der Term $f'(x)$ ermittelt werden soll	Motivation der SuS; Bewusstmachung, dass die Herleitung einer allgemeinen „Formel“ eine Vereinfachung der Terme der Ausgangsfunktionen sinnvoll macht, wodurch rechnerische Schwierigkeiten minimiert werden und die Chance, Muster zu erkennen, erhöht wird;	UG
7 Min	Erarbeitung I	SuS bilden für die zwei Funktionen $f(x)=x$ sowie $f(x)=x^2$ händisch die erste Ableitung an einer beliebigen Stelle x ; leistungsstärkere SuS erhalten den Zusatzauftrag, dasselbe für $f(x)=x^3$ zu tun	die Aufgaben sind bewusst so gewählt, dass im ersten Fall eine Kontrolle durch die Kenntnis der Steigung einer linearen Funktion gegeben ist, und im zweiten Fall mit den Fertigkeiten der Mittelstufe ein händisches Ableiten möglich ist; neben dem Gedanken der Binnendifferenzierung spricht innermathematisch einiges dafür, auch $f(x)=x^3$ abzuleiten, um ansatzweise ein „Muster“ zu erkennen	EA / PA; iPads; Link zur Hilfekarte zu x^3
8 Min	Zwischensicherung	die Ergebnisse werden vorgestellt und an der Tafel gesammelt; nach Klärung möglicher (Verständnis-) Schwierigkeiten wird erstmals nach Beobachtungen einer Regelmäßigkeit, eines Musters gefragt; diese Frage kann aber auch ohne weiteres auf die nächste Phase verschoben werden	Überprüfung, ob die Verallgemeinerung von etwa $f'(2)=9$ bei $f(x)=2x^2+x$ hin zu $f'(x)=2x$ für $f(x)=x^2$ rechnerisch bei allen gelingt und auch in seiner Bedeutung erkannt wird (als Term einer neuen Funktion, in die nun jede beliebige Stelle des Definitionsbereichs eingesetzt werden kann); Zwischenplateau sichern	UG; Plenum

Zeit	Phase/ Lernschritte/ Unterrichtsschritte	Sachaspekte	Didaktisch-methodischer Kommentar	Sozialformen/ Handlungsmuster/ Medien
10 Min	Erarbeitung II	SuS erarbeiten in arbeitsteiliger GA weitere Ableitungen für die Funktionen $f(x)=x^4$ und $f(x)=x^5$	die weiteren Ableitungen dienen ggf. der Bestätigung der bereits vermuteten Regel oder der Verdeutlichung der Regelhaftigkeit, die bei der Bestimmung der Ableitung einer Potenzfunktion zu erkennen ist; dabei wird der Mehrwert des CAS deutlich, das im Gegensatz zum GTR das Ausmultiplizieren symbolischer Terme der Art $(x+h)^n$ ermöglicht, was SuS beim händischen Rechnen schnell überfordert	PA iPads Link zur Hilfekarte zur CAS-Nutzung
10 Min	Sicherung I	die Ableitungen werden zu den bereits gesammelten Ergebnissen hinzugefügt; Abfrage, ob sich die Vermutung bestätigt hat; Verschriftlichung der vermuteten Regel: Ist $f(x)=x^n$ mit $n \in \mathbb{N}$, so gilt $f'(x)=n \cdot x^{n-1}$	Fixierung eines Zwischenergebnisses; Verdeutlichung der Tatsache, dass die anfangs geforderte Suche nach einer „Formel“, die das Ermitteln der Ableitung vereinfacht, bereits erfolgreich war; gleichzeitig Sensibilisierung dafür, dass auch mehrere Beispiele keinen „Beweis“ der Vermutung bedeuten	S-Vortrag iPads (linke) Tafel
20 Min	Erarbeitung III	Die SuS erarbeiten in arbeitsteiliger Gruppenarbeit, wie sich die Koeffizienten (bzw. die Potenzen von x und h) der einzelnen Summanden beim Ausmultiplizieren von $(x+h)^n$ verändern;	es geht in dieser Phase darum, die oben geäußerte Vermutung – soweit dies vor dem Hintergrund der Vorkenntnisse der SuS möglich ist – allgemein herzuleiten; dabei soll wieder der Mehrwert der Nutzung eine CAS deutlich werden, das eine schnelle Überprüfung ermöglicht, ob sich eine vermutete Entwicklung verstetigt	iPads Link zur Hilfekarte
20 Min	Sicherung II	Präsentation und Verknüpfung der Ergebnisse der vorangegangenen Erarbeitung; es geht darum herauszustellen, dass der ausmultiplizierte Term von $(x+h)^n$ immer mit $1 \cdot x^n$ beginnt als nächstes $n \cdot x^{n-1} \cdot h$ folgt alle weiteren Summanden den Faktor h mindestens in der zweiten Potenz beinhalten, so dass mindestens einmal der Faktor h auch nach dem Kürzen des Differenzenquotienten bleibt Konkretisierung: vgl. geplantes Tafelbild	da die Stunde eine recht steile Progression aufweist, muss hier in Phasen der Verallgemeinerung mit der Notwendigkeit einer stärkeren Lenkung durch die Lehrkraft gerechnet werden; dies ist angesichts des hohen Grades an formaler Abstraktion, mit der die SuS selten konfrontiert werden, kaum vermeidbar; gleichwohl sollte durch die mithilfe des CAS erzeugte Vielfalt an konkreten Beispielen die Verallgemeinerung unter Rückbezug auf die konkreten Beispiele möglich sein	S-Vortrag Beamer/ iPads fragend-entwickelndes UG Tafel

6

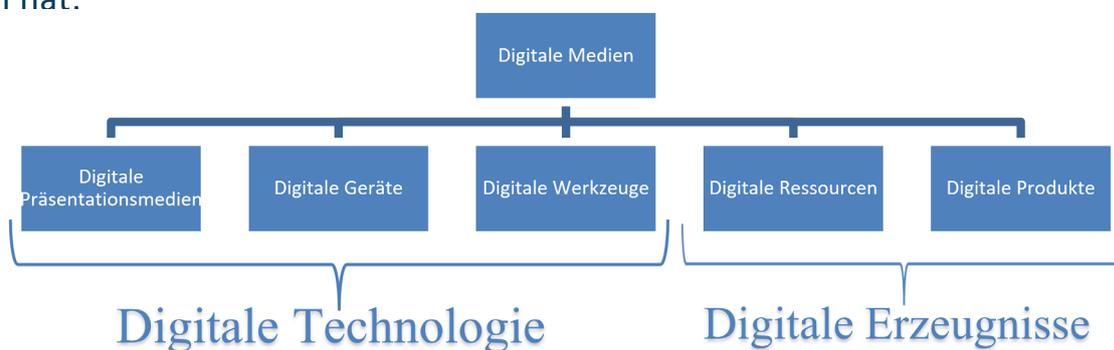
Digitale Medien in DigiMath4Edu

Digitale Medien im Mathematikunterricht

Die Liste möglicher Kandidaten für digitale Medien und Interpretation, was tatsächlich alles zu diesem Begriff zählen kann, ist hier exemplarisch aus Äußerungen von Lehrkräften im Rahmen des DigiMath4Edu-Projekts zusammengestellt:

- Computer
- Laptop/Notebook/Convertible etc.
- Tablet
- Handy
- InteractiveBoard
- UNB/Beamer mit und ohne Software/Zusatzhardware
- Dokumentenkameras
- Sprachaufnahmegeräte
- Sprachcomputer (mit KI)
- Roboter
- 3D Drucker
- 3D Druckstifte
- CAS-Rechner/CAS-Software
- CAD Software
- Tabellenkalkulationsprogramme
- Blockprogrammierprogramme
- (Multi-)Screencastsoftware
- VR-Geräte/Brillen
- VR-Software/Apps
- AR-Software/Apps
- LearningApps
- TestingSystems
- u.v.m.

Diese Aufstellung hat natürlich keinen Anspruch auf Vollständigkeit, zeigt aber die Vielfalt digitaler Medien, die sich so nur selten in Beiträgen zu und über digitale Medien finden lässt. Wir nutzen zur Einordnung die folgende Organisation, die sich nach Hörnberger (Hörnberger K. (2023) - Digitale Medien im Mathematikunterricht: Konzeption einer Ausdifferenzierung des Begriffs Digitale Medien. In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2022) im Rahmen des Projekts ergeben hat:



Digitale Medien wird hier als Gruppenbegriff aufgefasst und in fünf weitere Begriffe ausdifferenziert, die sich wiederum in zwei Kategorien zusammenfassen lassen. Die digitale Technologie lässt sich danach wie die digitalen Erzeugnisse anhand der Interaktionsgrade differenzieren. Aus den Erfahrungen und der Begleitforschung im DigiMath4Edu-Projekt bietet sich eine begriffliche Unterscheidung nach dem Verständnis für die Handlungsoptionen, die durch die digitalen Medien ermöglicht werden, wodurch sich eine Mehrdeutigkeit in der begrifflichen Zuordnung von digitalen Medien in Abhängigkeit von der Art des Einsatzes ergibt. Hiermit soll nun der Einstieg in einige dieser im Projekt genutzten digitalen Medien erleichtert werden. Im Rahmen der pädagogischen Betreuung der Unterrichtsassistent:innen haben sich sieben Themen als für Lehrkräfte besonders interessant gezeigt. Zu diesen wurden Mini-Workshops erstellt, die nun als Broschüre unter den Zusatzmaterialien abrufbar sind.

Forschung der Didaktik der Mathematik

Theoretische und Empirische Perspektiven auf Mathematiklernen mit Arbeits- und Anschauungsmitteln



DigiMath 4 Edu REGIONALE 2025



MINT-Pro²Digi

Schul- und Unterrichtsentwicklung

Schwerpunkt: Digitale Kompetenz

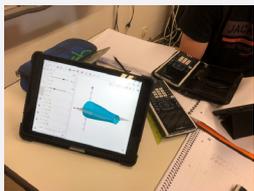
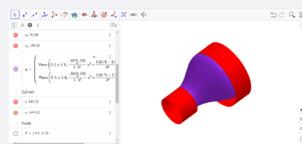
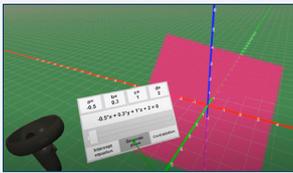
Außerschulisches Lernen

Schwerpunkt: Authentische Berufsorientierung



Forschungs- und Bildungsnetzwerk

Schwerpunkt: Nachhaltige Kooperation





Gesamtübersicht über die Unterrichtsskizzen

UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFE I

Themenbereich	Seite	Title	Jahrgangsstufe	Umfang
Arithmetik/Algebra	9	Umgang mit Längen: Längen mithilfe analoger und digitaler Medien, wie dem Lego Roboter Spike Prime schätzen, messen und berechnen.	5	60 Min
Geometrie	17	Ein Stationen-Lernen zu Körper-Oberflächen und -Volumen mit 3D-Druckmaterial	6	60 Min
Geometrie	25	Berechnungen mit dem Satz des Pythagoras unter Einsatz von proberechnungen programmierbaren Drohnen	9	60 Min
Stochastik	29	Zielsetzung und Planung des Arbeitsprozesses für die Erstellung eines Lernvideos mit der Unterstützung einer KI festlegen	8	60 Min
Arithmetik/Algebra	35	Ein Stationenlernen zur Verbindung der Grundrechenarten unterstützt durch die Sprach-KI Amazon Alexa	5	60 Min
Geometrie	49	Parallelogramm \neq Rechteck – Anschauliche Erarbeitung des Flächeninhalts eines Parallelogramms mithilfe von Modellen aus dem 3D-Drucker	8	90 Min
Geometrie	53	Indiana Jones und die Pyramiden von Anubis – Rechtwinklige Dreiecke im Kantenmodell einer Pyramide erkennen und gezielt nutzen	9	90 Min
Geometrie	87	Ergänzen oder Zerlegen? – Herleitung und Vertiefung der Strategien Ergänzen und Zerlegen für zusammengesetzte Quader unter Verwendung von 3D-Modellen und Tinkercad	5	90 Min
Stochastik	93	Erstellen von Glücksrädern mithilfe des 3D-Drucks als Basis zur Erarbeitung der Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung (und Erwartungswert)	10	120 Min
Geometrie	99	Modellierung von Dreiecks- und Vierecksflächen (Tangramspiel) mit der CAD-Software Tinkercad	5	60 Min
Geometrie	105	Eigenverantwortliche Wiederholung für die Klassenarbeit mit GeoGebra-Applet	9	60 Min
Stochastik	115	„Da stimmt etwas nicht!“ Wiederholung abs./rel. Häufigkeit, Wahrscheinlichkeitsbegriff, Diagramme in Excel	9	60 Min
Stochastik	119	Scratch und Prozente	7	60 Min
Funktionen	123	Modellierung einer Autobahnbrücke mithilfe von quadratischen Funktionen	9	120 Min

» Durch die Unterrichtsassistenten hatte man Experten für digitale Medien im Haus, das gab einem ein Gefühl von Sicherheit.

Lehrer aus dem Projekt DigiMath4Edu

Geometrie	131	Den Satz des Pythagoras auf verschiedene Arten „(zer)legen“ – Einen (Lege-) Beweis selbstständig nachvollziehen und für andere (als Lernvideo) aufbereiten	9	90 Min
Geometrie	135	Wir stapeln Flächen bis zum Volumen! Enaktive Herleitung der Formel $V = G \cdot h$	5	45 Min

UNTERRICHTSSKIZZEN FÜR DIE SEKUNDARSTUFE II

Themenbereich	Seite	Title	Jahrgangsstufe	Umfang
Analytische Geometrie	41	Einführung in die Vektorgeometrie und die Begriffsdefinition von Punkt, Vektor und Ortsvektor	Q1	45 Min
Analysis	59	Und, wie laufen die Wellen? - Entdecken des Verfahrens zur Bestimmung lokaler Extrempunkte am Beispiel eines Wellenverlaufs.	EF	45 Min
Analysis	65	Optimierung der verwendeten Ressourcen – Betrachtung eines Extremwertproblems anhand des realen Kontexts einer 330 ml Cola Dose.	Q1	90 Min
Analytische Geometrie	75	Punkte im Raum – Eine Erkundung mit VR-Brille zur Unterstützung der Orientierung im Raum sowie der Darstellung von Punkten im dreidimensionalen Koordinatensystem.	Q1	60 Min
Analytische Geometrie	81	„Kommt es zur Kollision?“ – Problemorientierte Erarbeitung der Darstellung einer Geraden in Parameterform im Kontext der Flugbahn eines Heißluftballons unterstützt durch Virtual Reality (VR)-Brillen in arbeitsgleicher Partnerarbeit.	Q1	60 Min
Analytische Geometrie	109	Einführung in die Analytische Geometrie – Mathe goes 3D	Q1	60 Min
Analysis, Analytische Geometrie, Stochastik, Algebra	141	Mathwards und das Verlies des Supertaschenrechners – Reaktivierung mathematischer Fertigkeiten zur Lösung eines Exit-Games	EF	180 Min
Analytische Geometrie	145	Einsatz von 3D-Modellen eines kartesischen Koordinatensystems und VR-Brillen zur Erweiterung des räumlichen Vorstellungsvermögens und zur Einführung der Skalarmultiplikation von Vektoren	EF	90 Min
Analysis	151	CAS-gestützte, analytische Herleitung des Terms der Ableitungsfunktion mithilfe der h-Methode – Herleitung der Potenzregel	EF	90 Min

ZUSATZMATERIAL



Beteiligte Lehrerinnen und Lehrer, verantwortlich für die Inhalte der Unterrichtsskizzen

Hanseschule Attendorn Sekundarschule der Stadt Attendorn
Frau Schmidt-Wrobel (Schulleiterin), Herr El-Saadi, Frau Stimpl,
Frau Heimes, Herr Weber, Frau Büdenbender

Gymnasium Netphen
Herr Göbel (Schulleiter), Frau Junker, Herr Hartmann,
Herr Meiswinkel, Frau Livan

Städtisches Gymnasium Kreuztal
Herr Hatzfeld (Schulleiter), Frau Schäfer, Herr Dwornik, Herr Hon-
da, Frau Niederschlag, Frau Rath

St.-Franziskus-Schule Olpe
Frau Jansen (Schulleiterin), Herr Donadell (stellv. SL),
Frau Schlechtingen, Frau Scheele, Herr von der Beck

St.-Ursula-Gymnasium Attendorn
Herr Ratajski (Schulleiter), Herr Brouwer, Herr Wagener,
Herr Thielmann, Frau Sangermann

Beteiligte Unterrichtsassistentinnen und Unterrichtsassistenten

Hanseschule Attendorn Sekundarschule der Stadt Attendorn
Insa Germer und Johanna Kelm

Gymnasium Netphen
Jasmin Müller und Nico Voß

Städtisches Gymnasium Kreuztal
Rebecca Müller und Antonia Merten

St.-Franziskus-Schule Olpe
Julian Bender und Max Borberg

St.-Ursula-Gymnasium Attendorn
Marie Eckhardt und Joshua Vossnagen

Das Projektteam DigiMath4Edu

Dr. Frederik Dilling
Kevin Hörnberger, StR
Dr. Kathrin Holten
Birgitta Marx
Magnus Reifenrath

Dr. Rebecca Schneider
Amelie Vogler
Prof. Dr. Ingo Witzke

[Kontakt](#)

Fakultät IV / Department Mathematik / Didaktik der Mathematik
Adolf-Reichwein-Str. 2, Gebäude AR-H/K
57076 Siegen
T +49 271 740-5398
dilling@mathematik.uni-siegen.de
hoernberger@mathematik.uni-siegen.de
schneider@mathematik.uni-siegen.de
witzke@mathematik.uni-siegen.de
www.mdusi.de

Stand 01.24, Änderungen vorbehalten

[Impressum](#)

Herausgeber:
Dilling, Hörnberger, Schneider & Witzke

[Druck](#)

Uni Print, Universität Siegen

Siegen 2024: universi-Universitätsverlag Siegen
www.uni-siegen.de/universi

Gedruckt auf alterungsbeständigem holz- und säurefreiem Papier.

Einzelne Bilder wurden mit der KI DALL-E erstellt.

ISBN 978-3-96182-176-1

Im Südwestfalen Regionale 2025 Projekt DigiMath4Edu wird die (Weiter-)Entwicklung professioneller Kompetenzen von Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern insbesondere im Bereich der Anwendung digitaler Medien beispielhaft an 15 Schulen über drei Jahre durch die Universität Siegen begleitet. Anstelle eines Fortbildungsprogramms mit punktuellen Impulsen, findet im Projekt eine kontinuierliche Unterstützung in den Schulen statt. Der vorliegende Band stellt 25 Unterrichtsskizzen der beteiligten Lehrerinnen und Lehrer aus den fünf Schulen des dritten Projektjahres zusammen und lädt dazu ein, die Ideen für den eigenen Mathematikunterricht aufzugreifen und umzusetzen.

Kontakt

Universität Siegen - Didaktik der Mathematik

Frederik Dilling / Kevin Hörnberger / Rebecca Schneider / Ingo Witzke

Mail

dilling@mathematik.uni-siegen.de

hoernberger@mathematik.uni-siegen.de

schneider@mathematik.uni-siegen.de

witzke@mathematik.uni-siegen.de

Universität Siegen

Department Mathematik

Didaktik der Mathematik

Projektleitung DigiMath4Edu (www.digimath4edu.de)

Adolf-Reichwein-Str.2 / Gebäude H

57076 Siegen

ISBN 978-3-96182-176-1

DOI: doi.org/10.25819/ubsi/10525

DOI (Zusatzmaterial): doi.org/10.25819/fodasi/12

